

Anihilace pozitronů v letu

- v pevné látce se e^+ termalizuje během několika ps
- termalizovaný pozitron \rightarrow anihilace v klidu

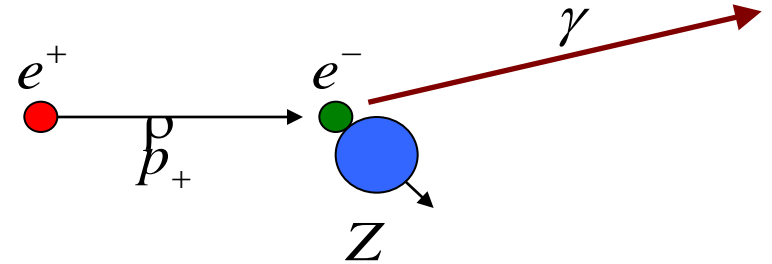
dominantní proces v pevných látkách

- netermalizovaný pozitron \rightarrow anihilace v letu (AiF)

vzácný proces $\sim 1\%$ pozitronů

Anihilace pozitronů v letu

- anihilace na jeden foton (SQAF)
- účinný průřez (Bhabha 1934)



$$\sigma_{SQAF} = \frac{4\pi\alpha^4 Z^5 r_0^2}{\sqrt{T_+(T_+ + 2m_0c^2)}^5} \left[T_+ \left(T_+ + \frac{8}{3} m_0c^2 \right) + 3m_0c^2 - \frac{T_+ + 3m_0c^2}{\sqrt{T_+(T_+ + 2m_0c^2)}} \ln \left(T_+ + m_0c^2 + \sqrt{T_+(T_+ + 2m_0c^2)} \right) \right]$$

H.J. Bhabha, H.R. Hulme, Proc. Roy. Soc. (London) A146, 723 (1934)

- T_+ - kinetická energie pozitronu, r_0 - klasický poloměr elektronu, m_0c^2 - klidová energie elektronu
 Z_+ - protonové číslo terčíku, α - konstanta jemné struktury
- důležitý pouze pro materiály s vysokým Z a pro vysoké energie e^+

Anihilace pozitronů v letu

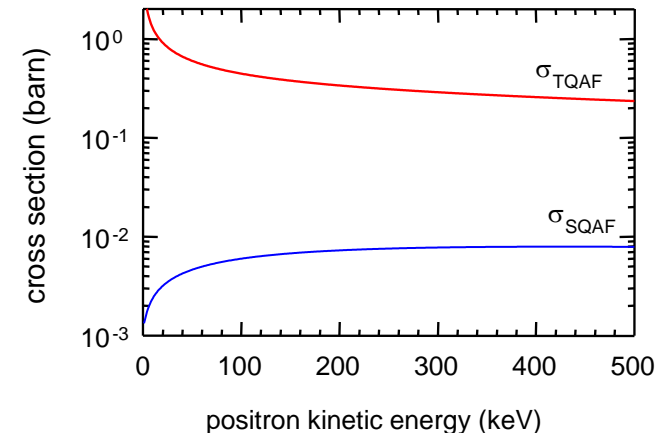
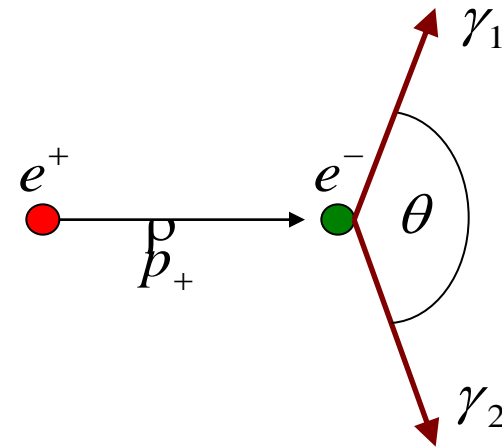
- 2- γ anihilace v letu (TQAF)
- cross-section (Dirac 1934)

$$\sigma_{TQAF} = \pi r_0^2 \frac{1}{\gamma + 1} \left[\frac{\gamma^2 + 4\gamma + 1}{\gamma^2 - 1} \ln(\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1}) - \frac{\gamma + 3}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} \right]$$

P. A. M. Dirac, Proc. Camb. Phil. Soc. 26, 361 (1930)

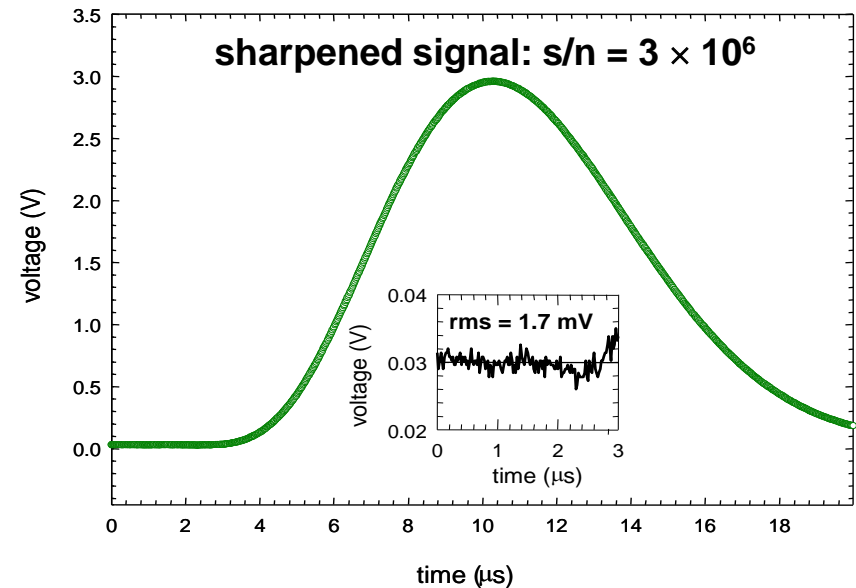
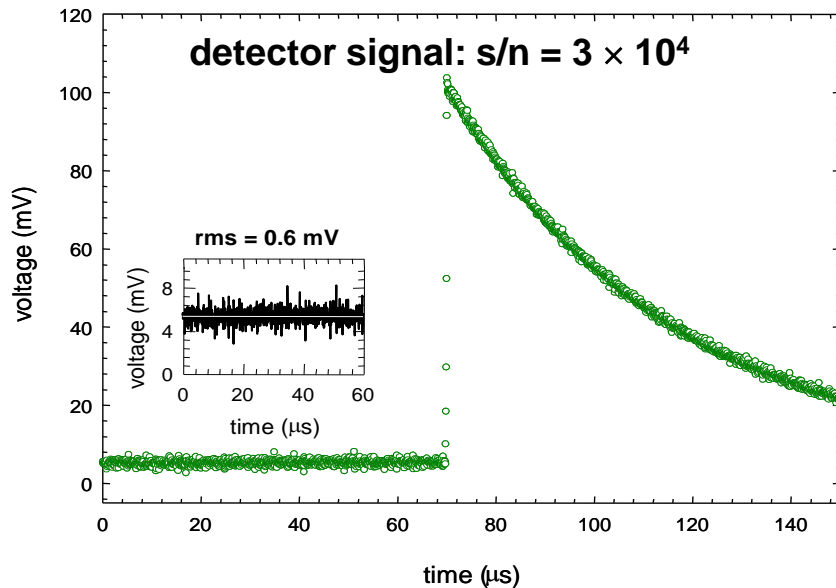
- $\gamma = (T_+ + m_0c^2) / m_0c^2$, r_0 – klasické poloměr elektronu
 m_0c^2 – klidová energie elektronu, T_+ - kinetická energie pozitronu

- hlavní kanál AiF



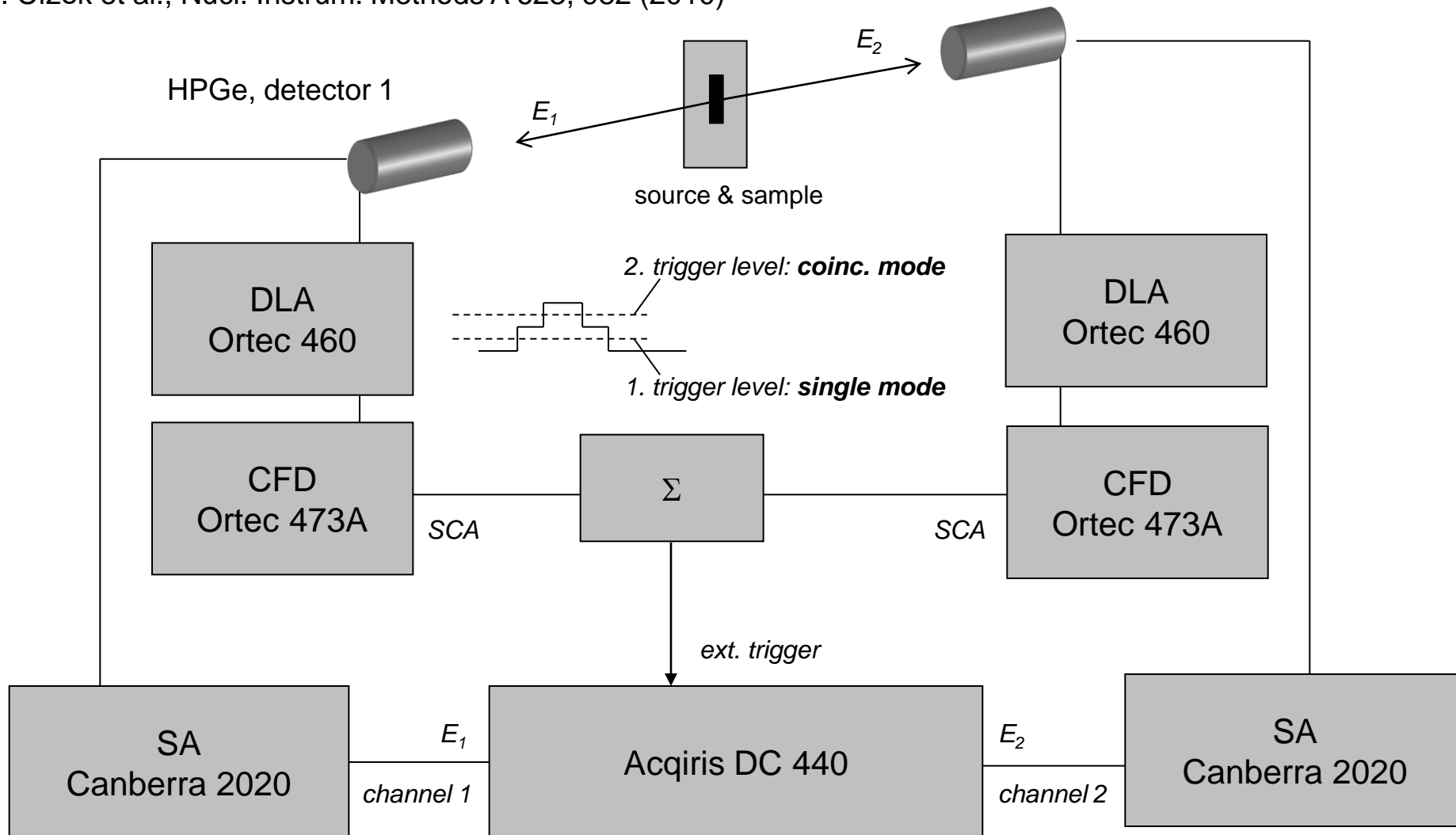
CDB měření anihilace pozitronů v letu

- pulsy z HPGe detektorů vzorkovány v reálném čase 12-bit digitizérem (smplovací perioda 20 ns)
- samplované pulsy jsou off-line pomocí software
- semi-digitální konfigurace:
 - detektorové pulsy jsou tvarovány do semi-Gaussovského tvaru před samplováním
 - zlepšení poměru signál-šum



CDB měření anihilace pozitronů v letu

J. Čížek et al., Nucl. Instrum. Methods A 623, 982 (2010)

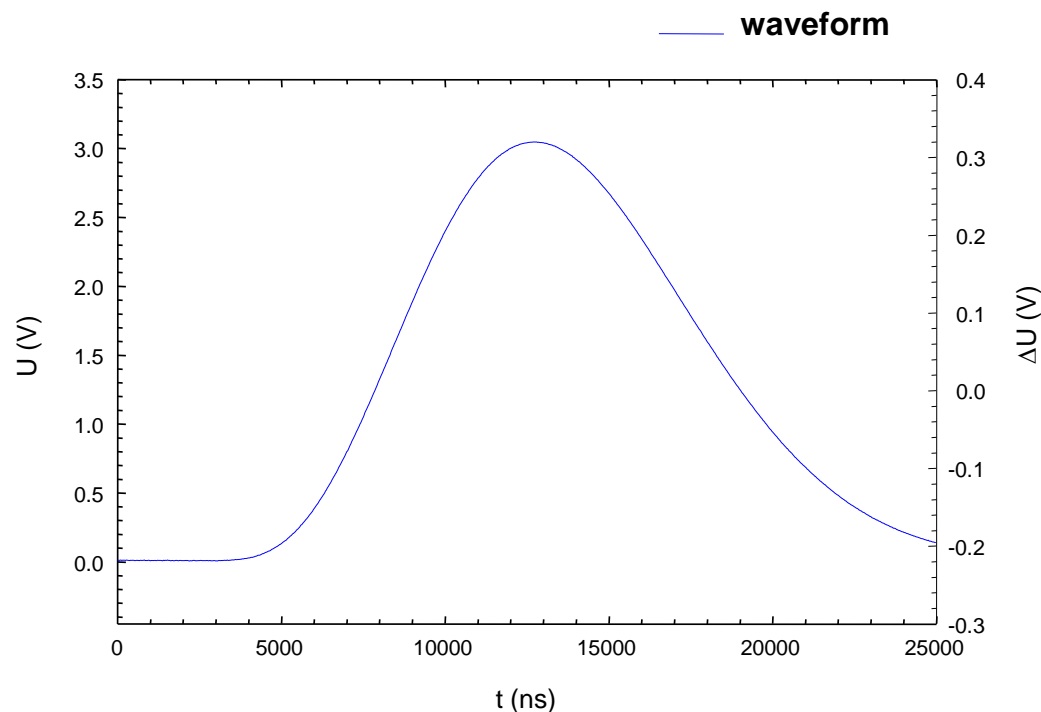
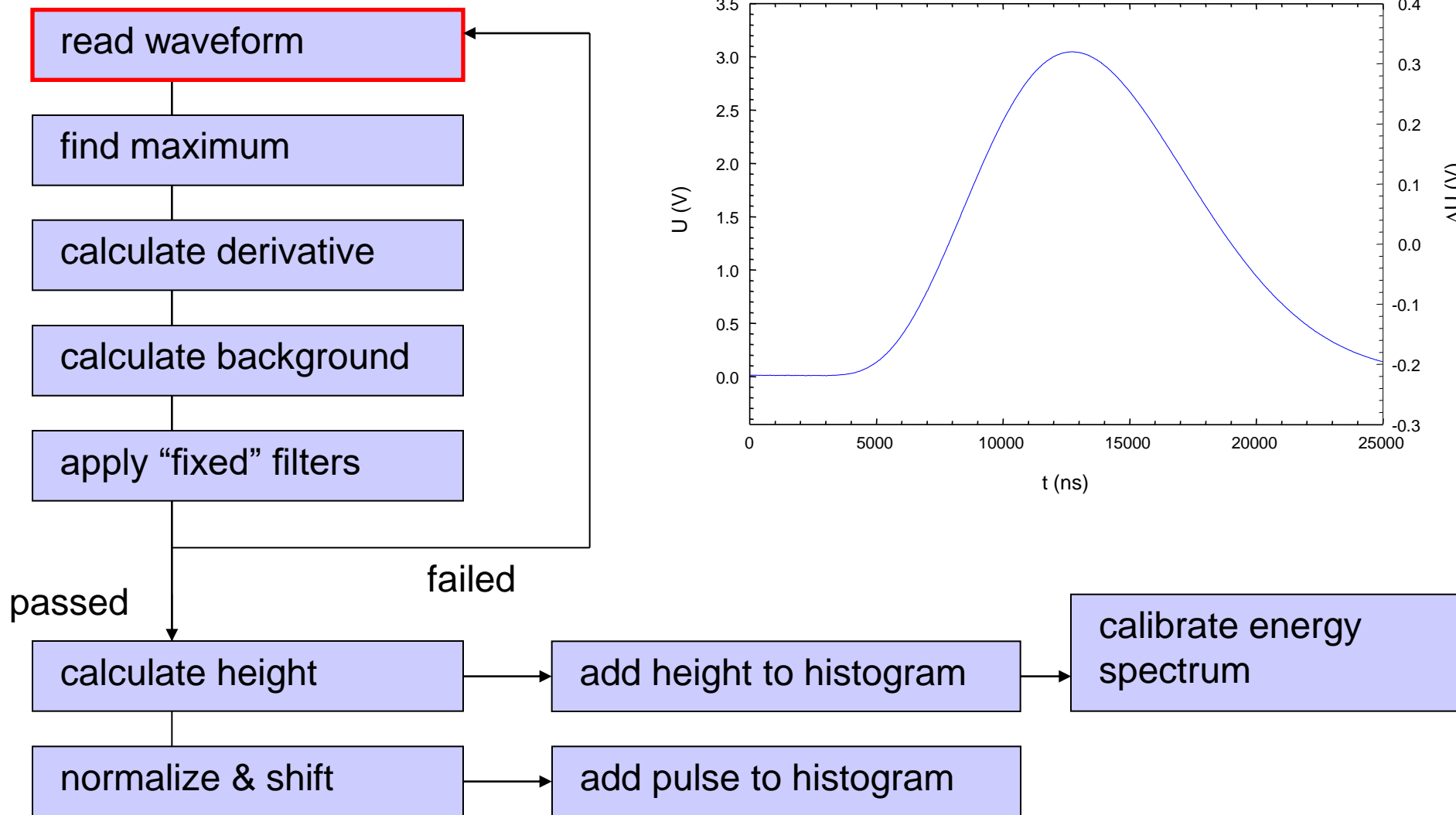


1 waveform = 1000 points

sampling rate = 50 MHz (sampling interval = 20 ns)

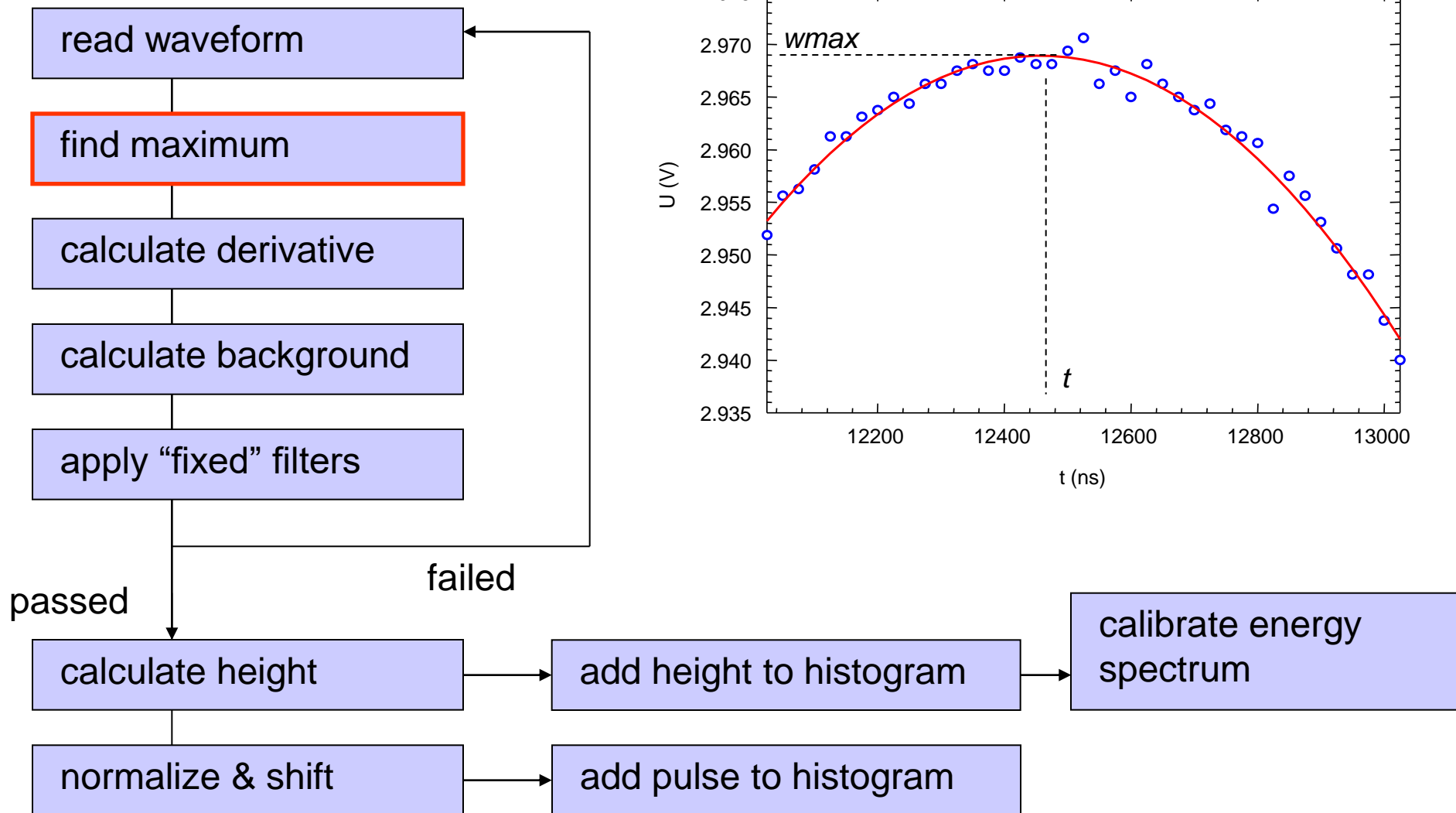
CDB měření anihilace pozitronů v letu – algoritmus zpracování pulsů

run 1

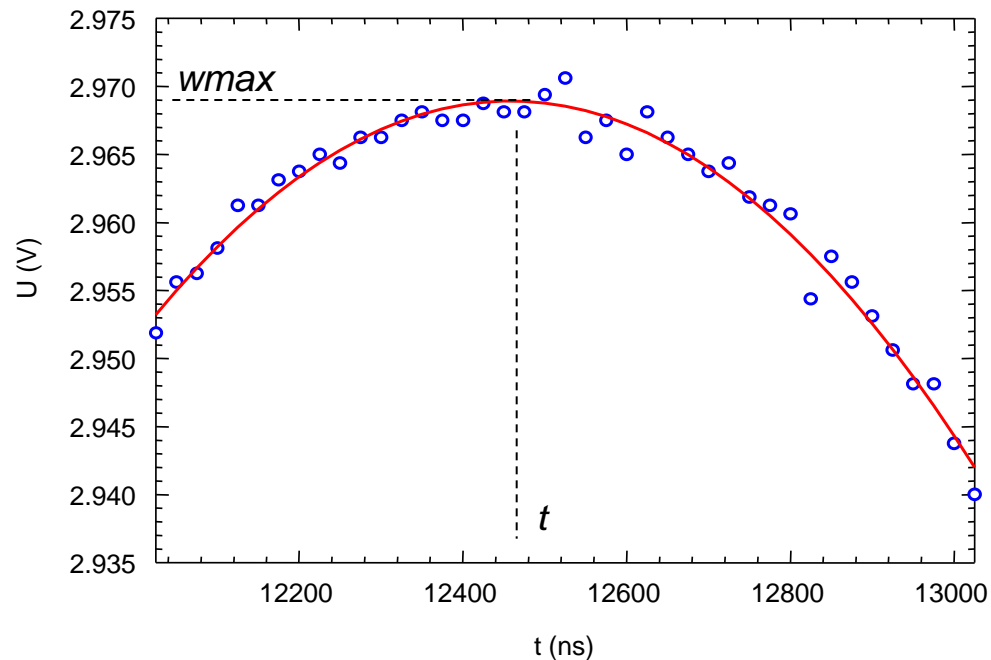


CDB měření anihilace pozitronů v letu – algoritmus zpracování pulsů

run 1

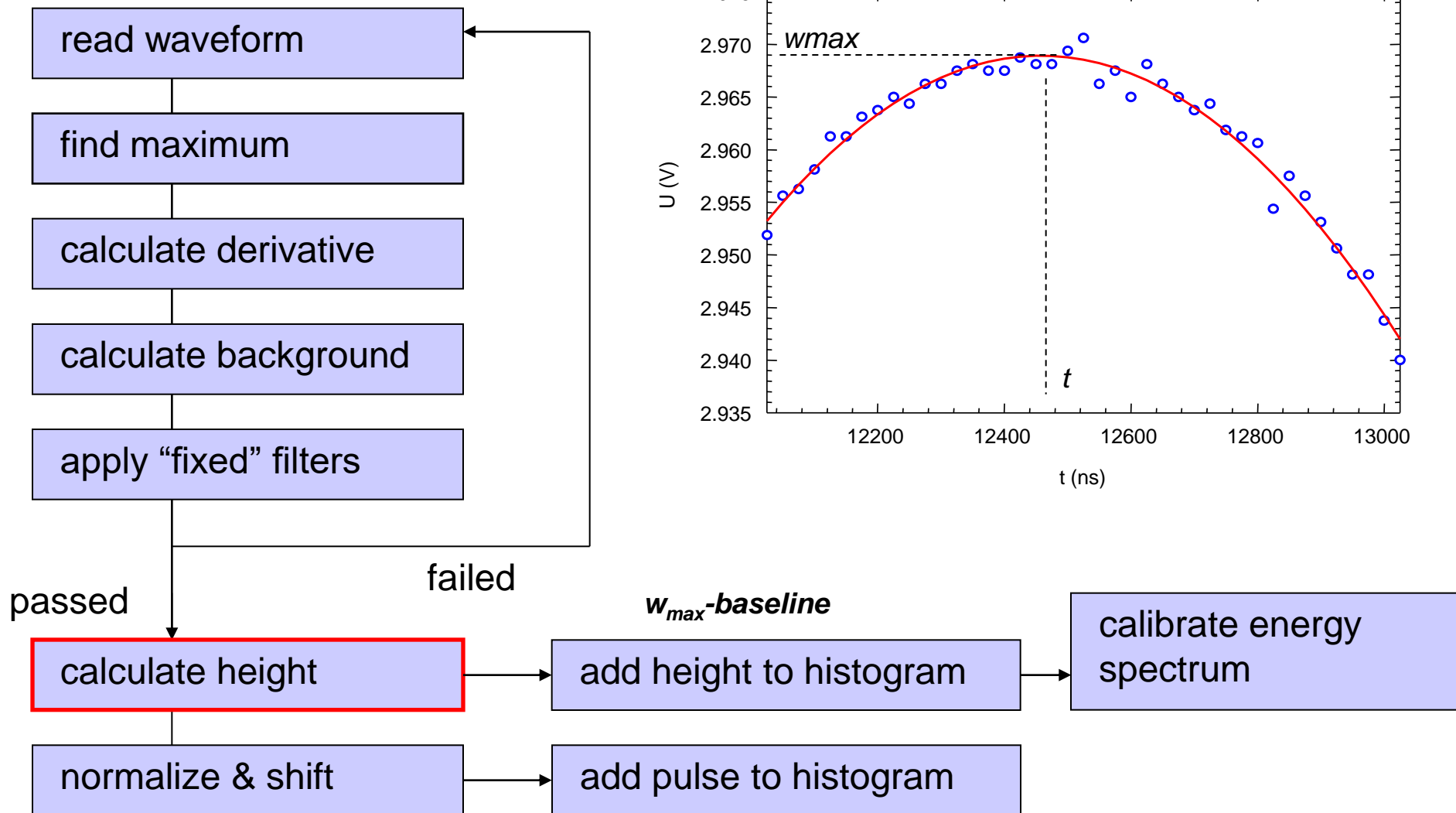


parabolic fitting

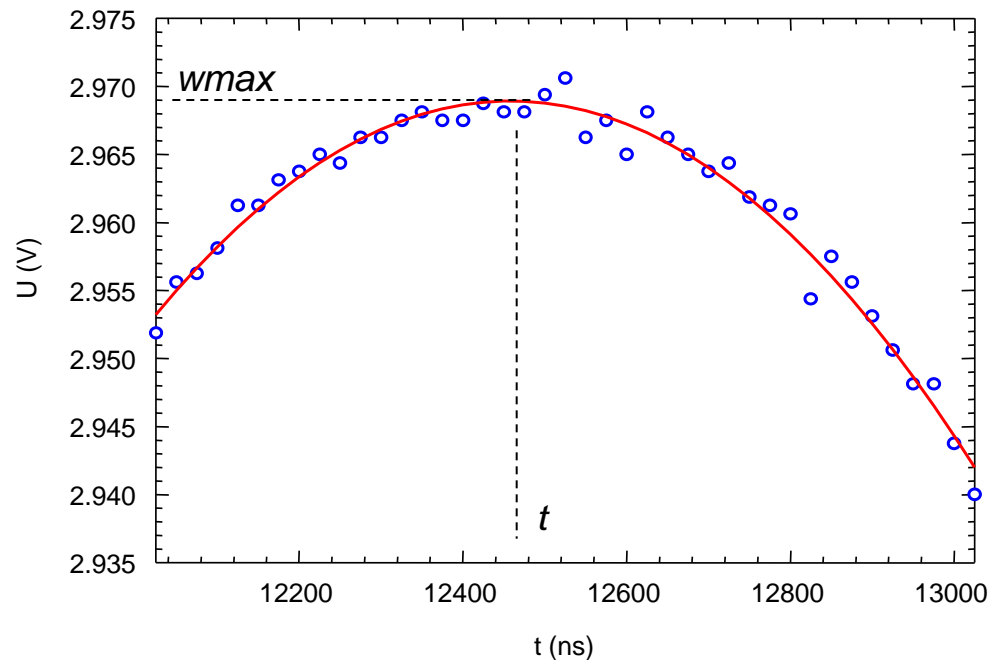


CDB měření anihilace pozitronů v letu – algoritmus zpracování pulsů

run 1

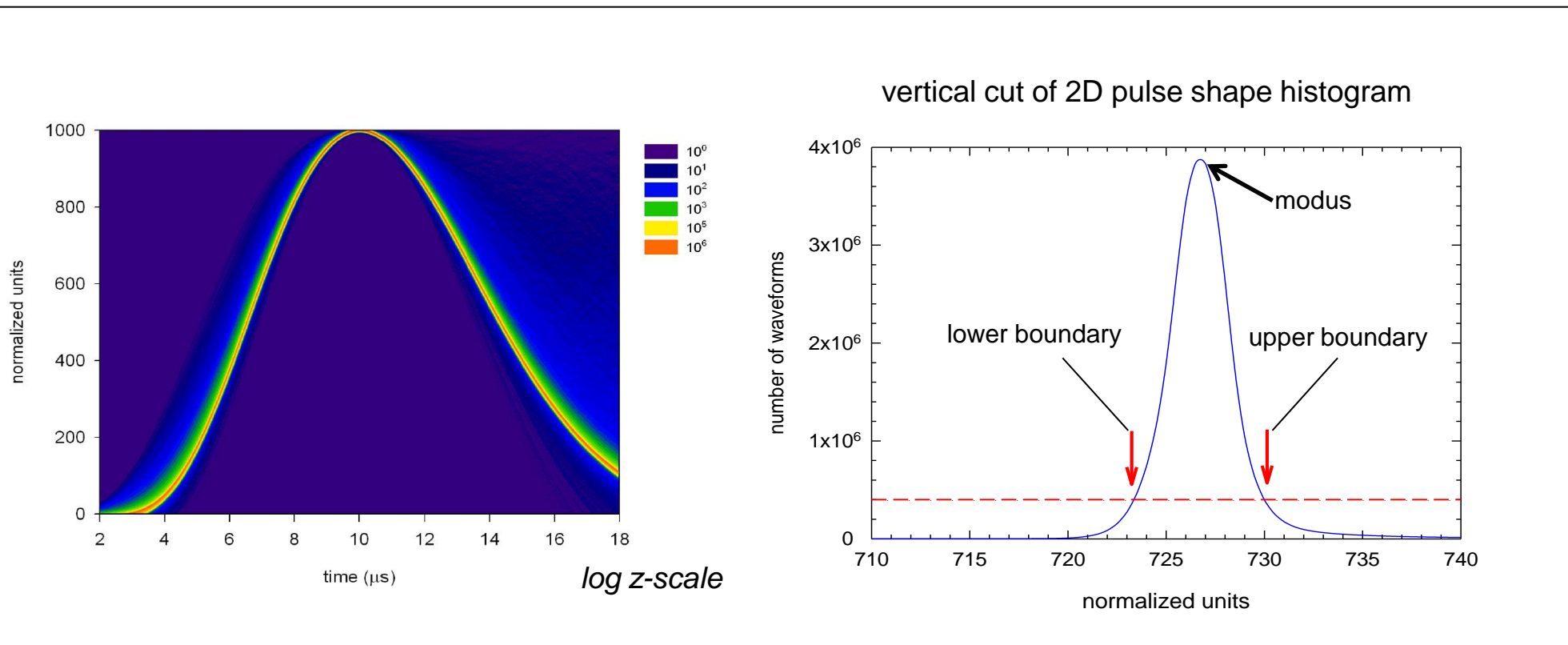


parabolic fitting



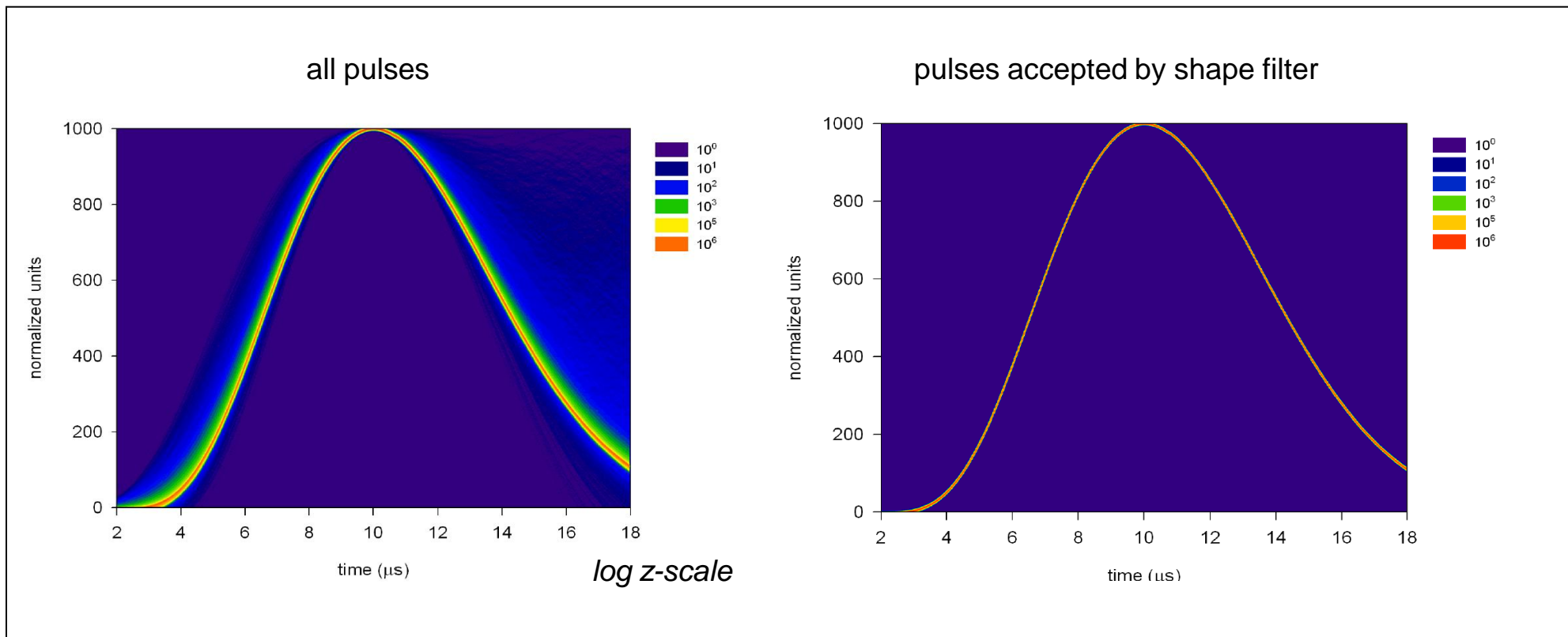
CDB měření anihilace pozitronů v letu – algoritmus zpracování pulsů

2-D histogram normalizovaných pulsů



CDB měření anihilace pozitronů v letu – algoritmus zpracování pulsů

2-D histogram normalizovaných pulsů



CDB měření anihilace pozitronů v letu

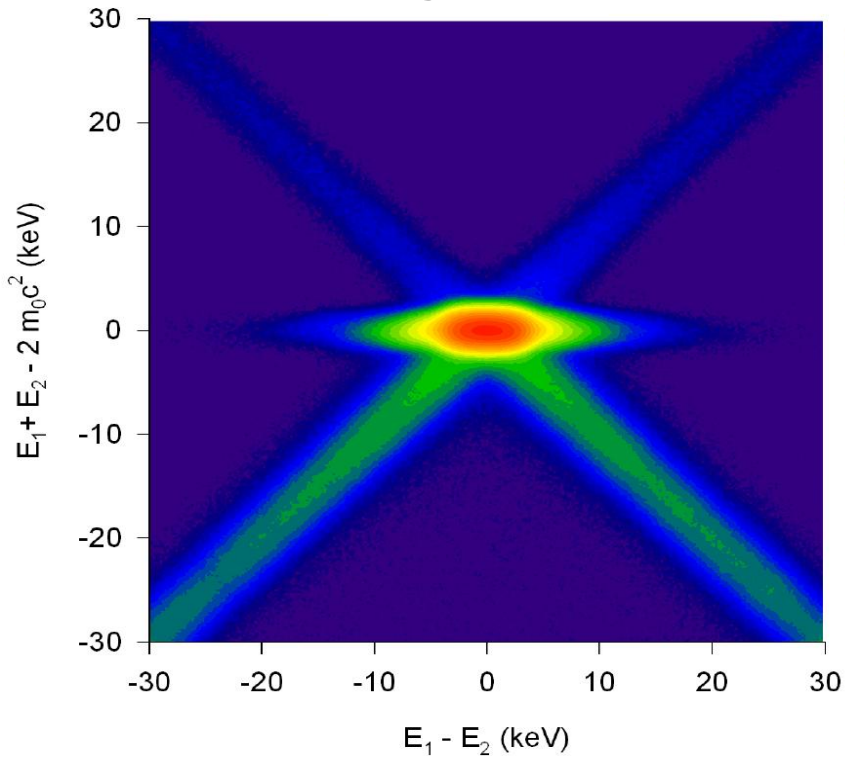
2-D CDB spektrum

- Al (99.9999%)

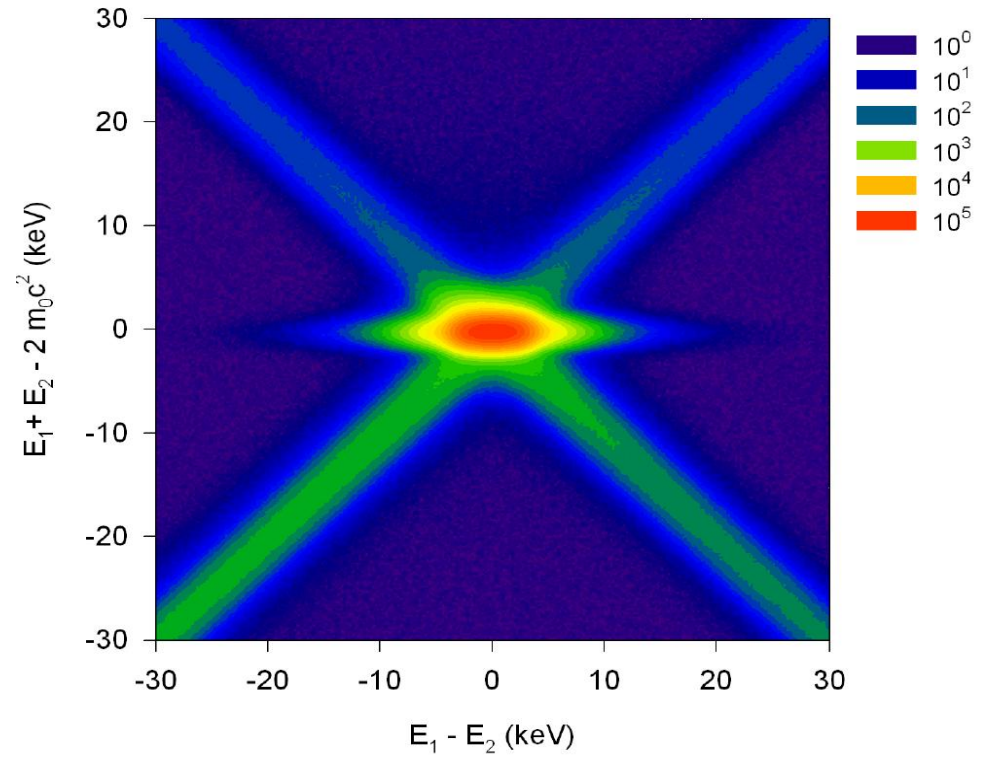
suma energií anihilačních fotonů
versus rozdíl těchto energií

$$E_1 + E_2 - 2m_0c^2 \quad \text{versus} \quad E_1 - E_2$$

semi-digital setup



analogue setup

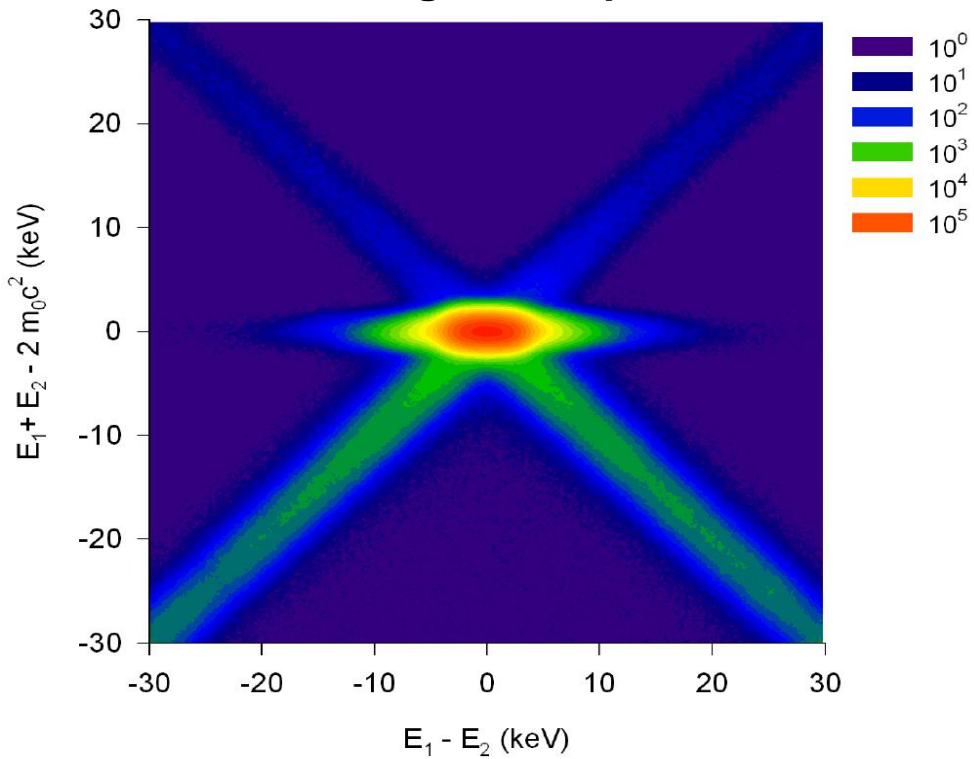


CDB měření anihilace pozitronů v letu

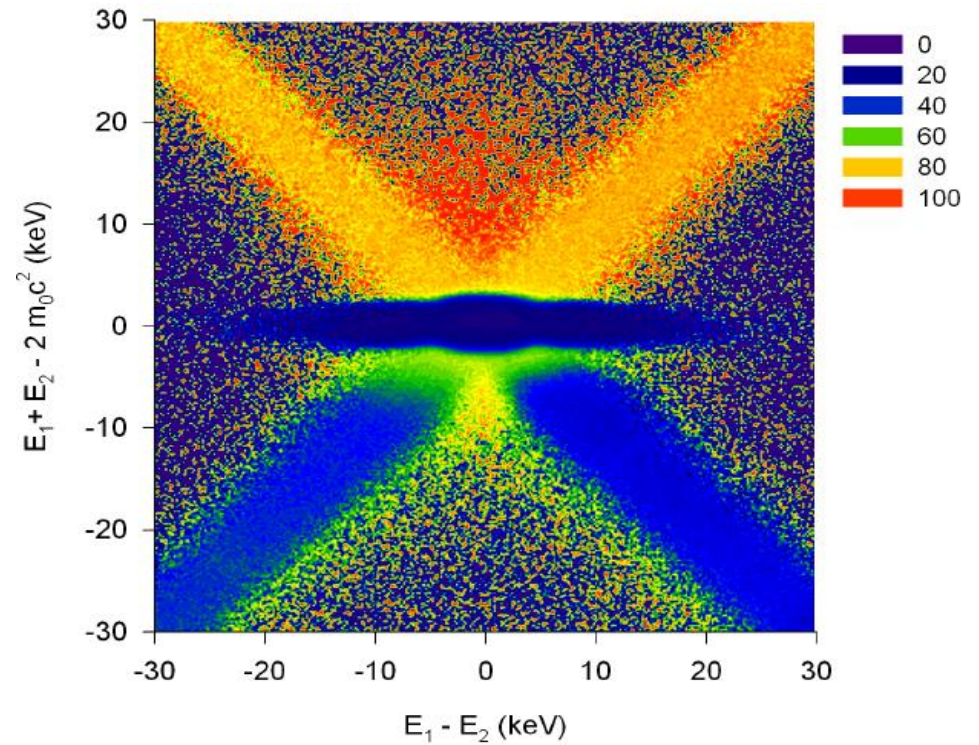
2-D CDB spektrum – efekt digitálních tvarových filtrů

- semi-digitální konfigurace
- Al (99.9999%)

semi-digital setup



relative difference



CDB měření anihilace pozitronů v letu

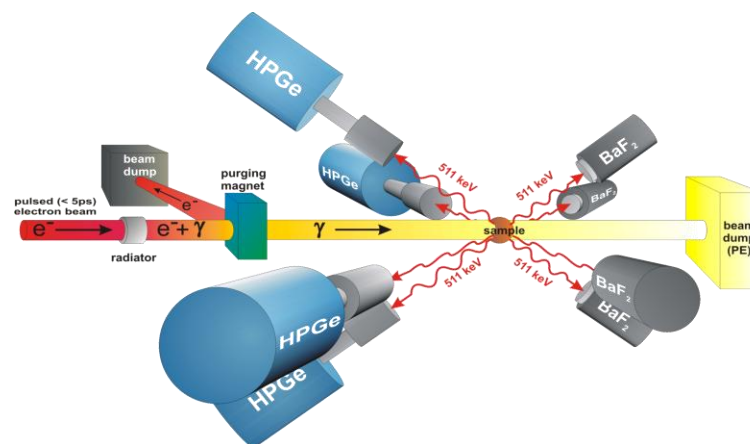
- **monoenergetické pomalé pozitrony**

- Magneticaky vedený svazek pozitronů
- Helmholtz Zentrum Dresden-Rossendorf
- Energie pozitronů nastavitelná v rozmezí 0.027 – 36 keV



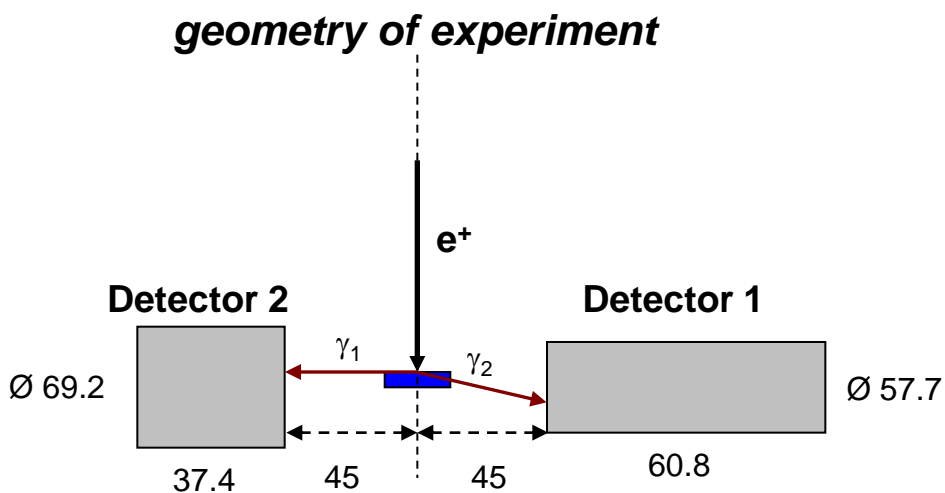
- **rychlé pozitrony se spojitým spektrem energií**

- $^{68}\text{Ge}/^{68}\text{Ga}$ positron generator, $T_{+,max} = 1897 \text{ keV}$
- tvorba párů pomocí brzděného záření (GiPS), $T_{+,max} = 16 \text{ MeV}$
- ELBE, Helmholtz Zentrum Dresden-Rossendorf



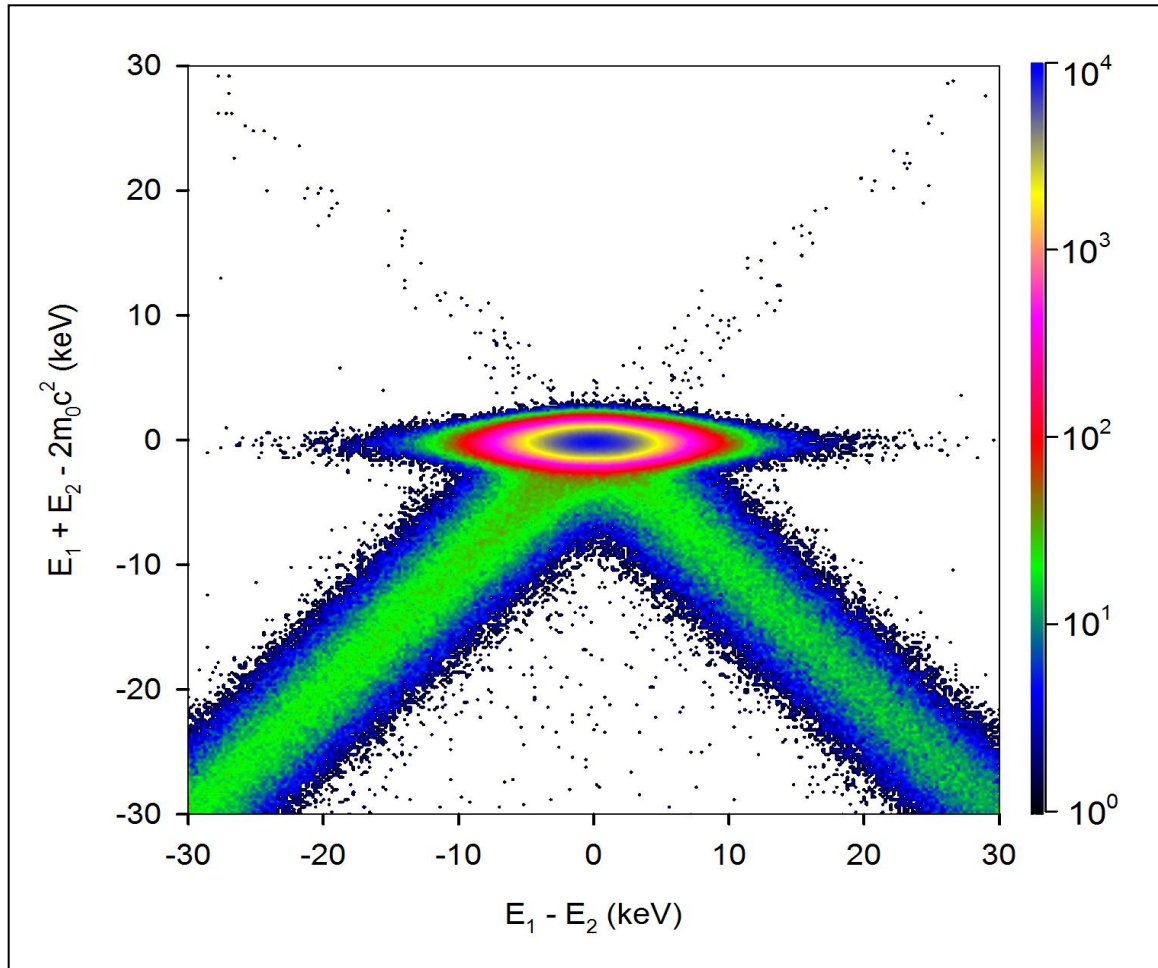
CDB měření anihilace pozitronů v letu

- monoenergetické pomalé pozitrony, $T_+ = 35$ keV
- Fe terčik (tloušťka 0.5 mm)



CDB měření anihilace pozitronů v letu

- monoenergetické pomalé pozitrony, $T_+ = 35$ keV
- Fe terčik (tloušťka 0.5 mm)



2-D CDB spektrum:

součet energií anihilačních fotonů

$$E_1 + E_2 - 2m_0c^2$$

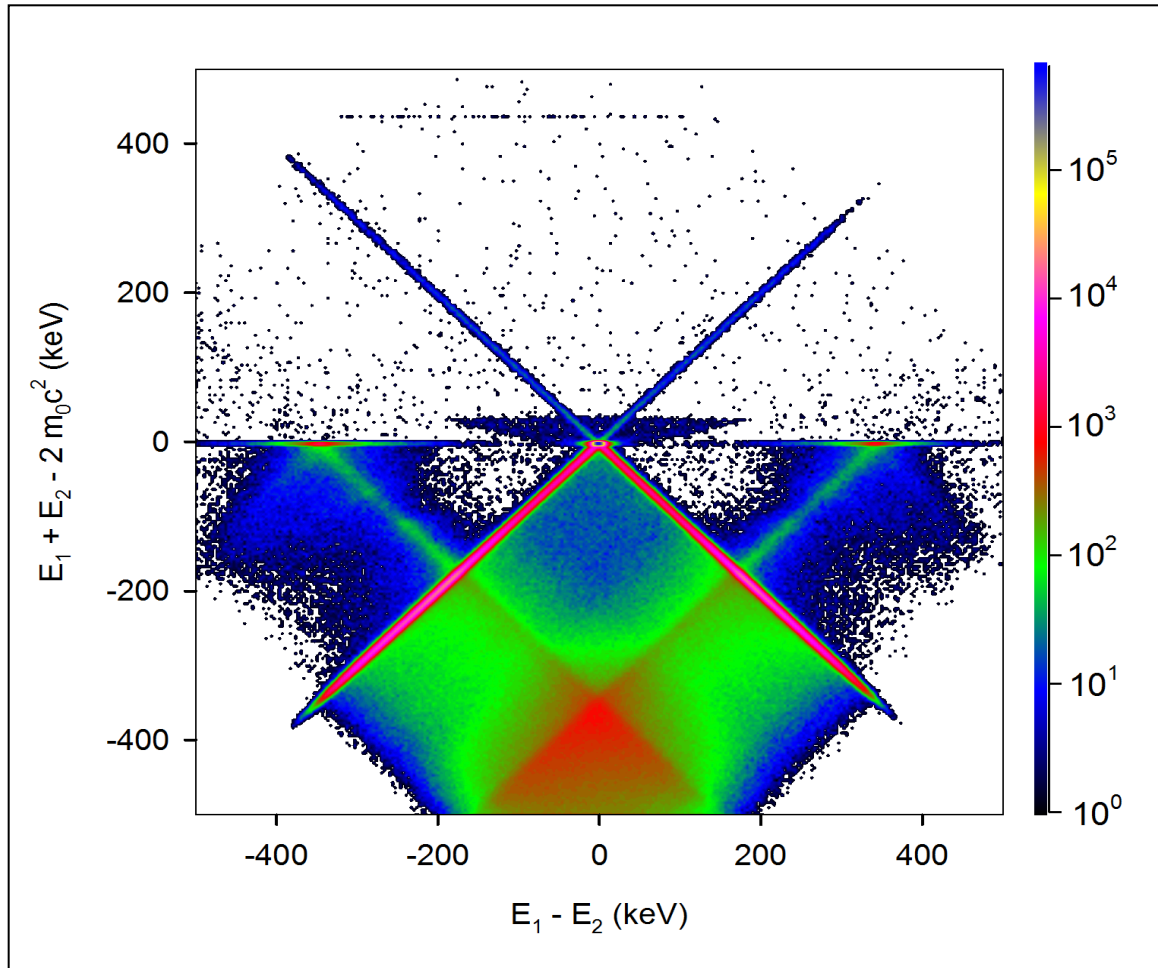
versus

rozdíl těchto energií

$$E_1 - E_2$$

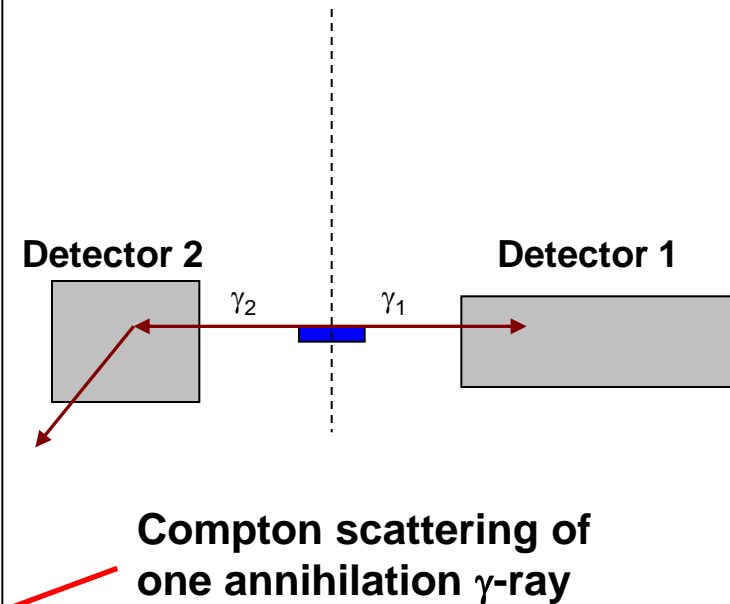
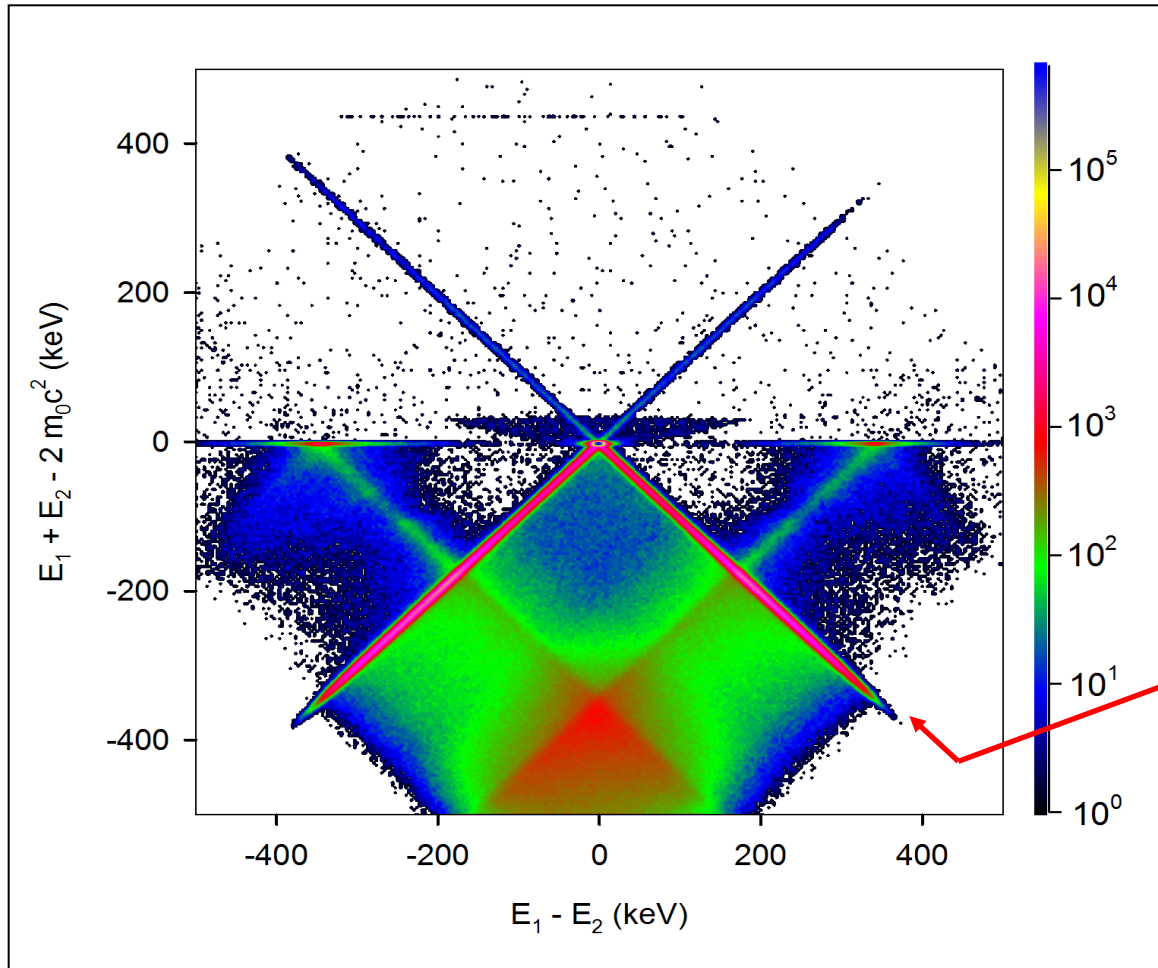
CDB měření anihilace pozitronů v letu

- monoenergetické pomalé pozitrony, $T_+ = 35$ keV
- Fe terčik (tloušťka 0.5 mm)



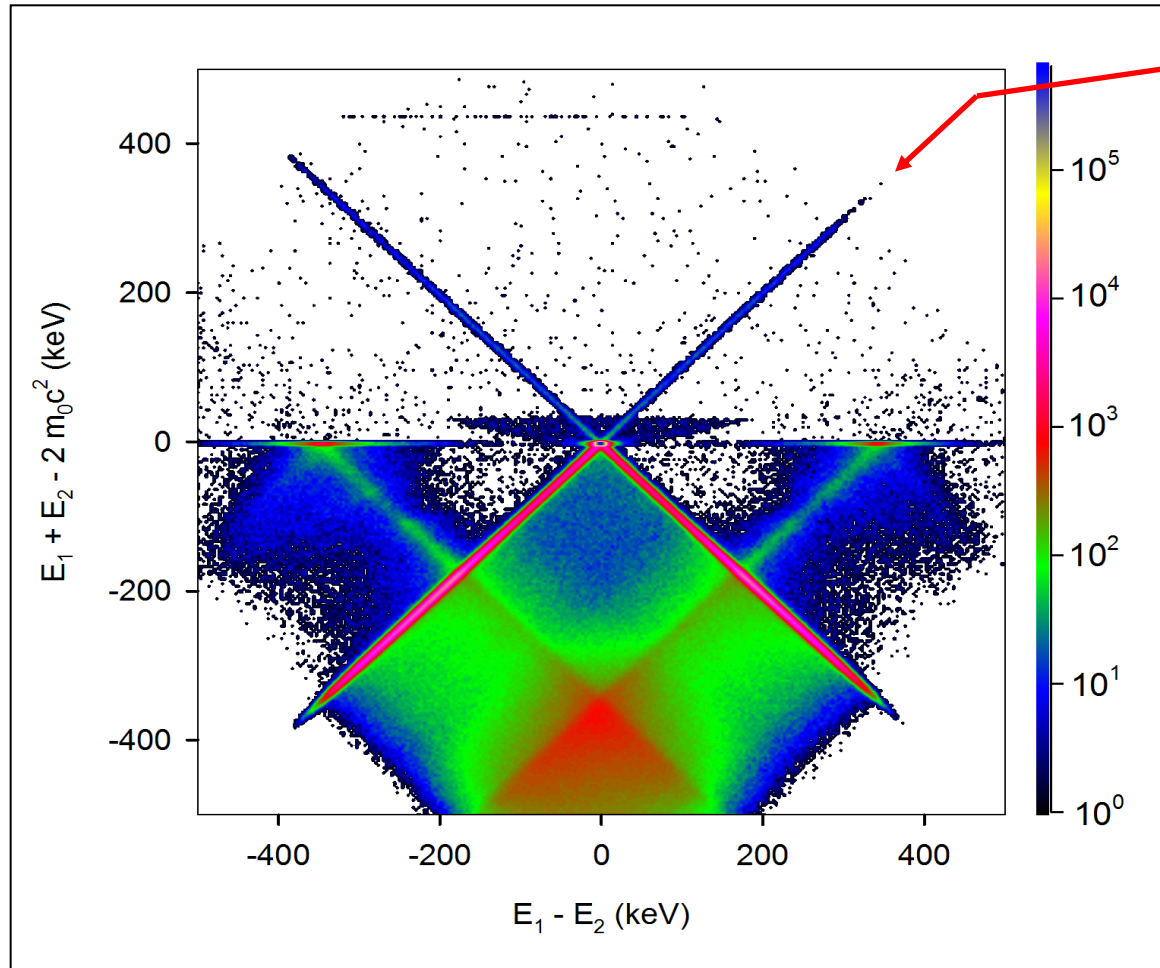
CDB měření anihilace pozitronů v letu

- monoenergetické pomalé pozitrony, $T_+ = 35$ keV
- Fe terčik (tloušťka 0.5 mm)

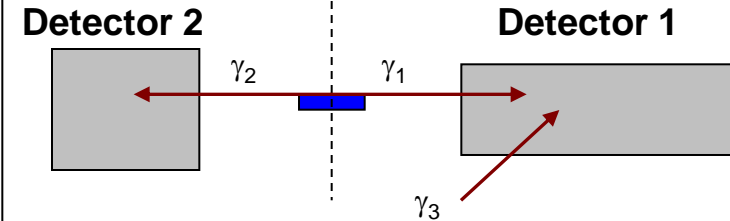


CDB měření anihilace pozitronů v letu

- monoenergetické pomalé pozitrony, $T_+ = 35$ keV
- Fe terčik (tloušťka 0.5 mm)

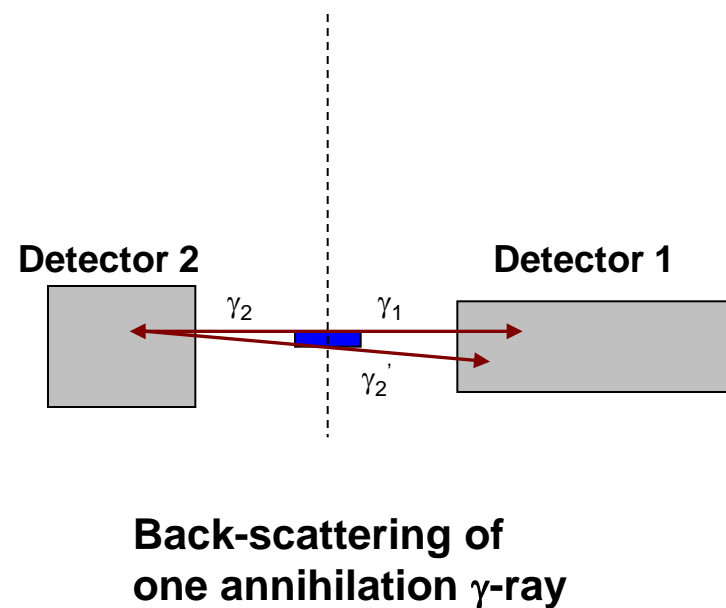
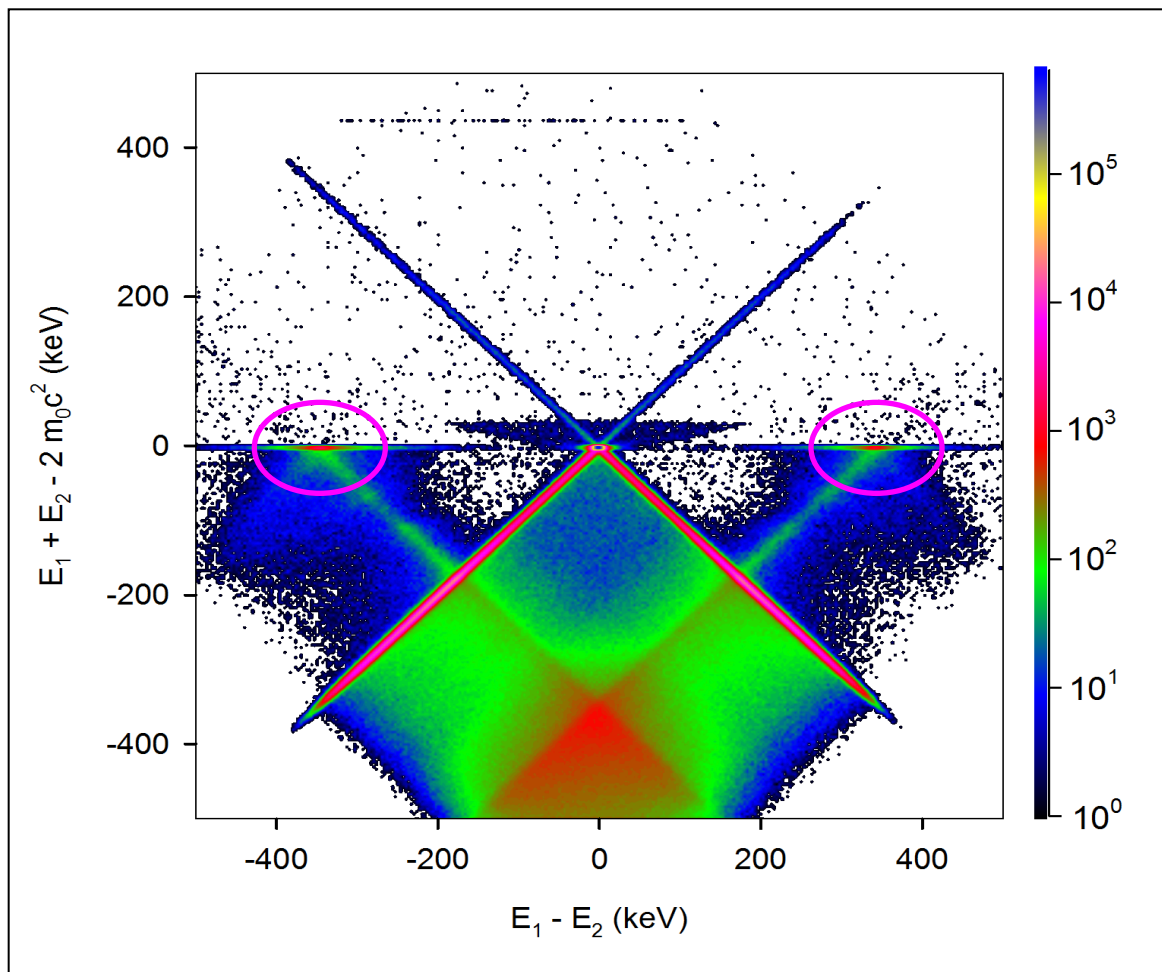


Random summation
in one detector



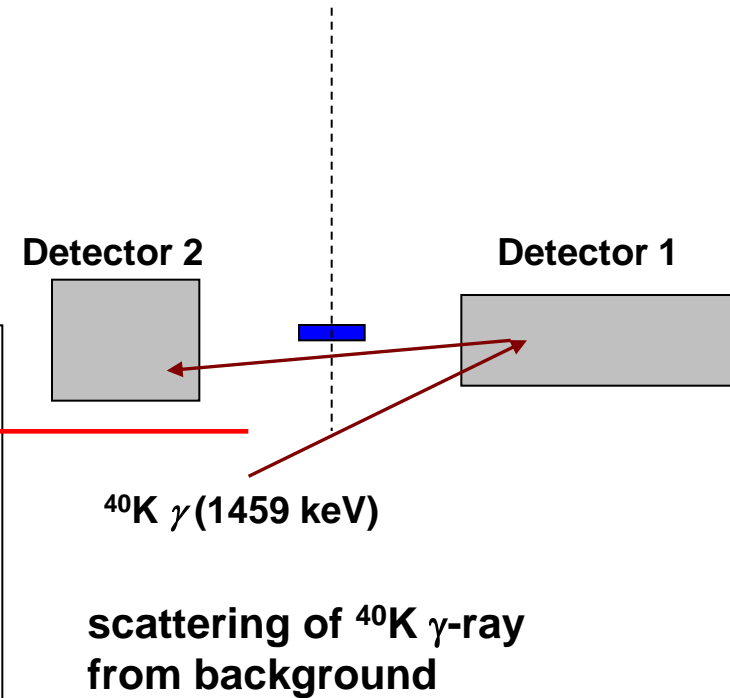
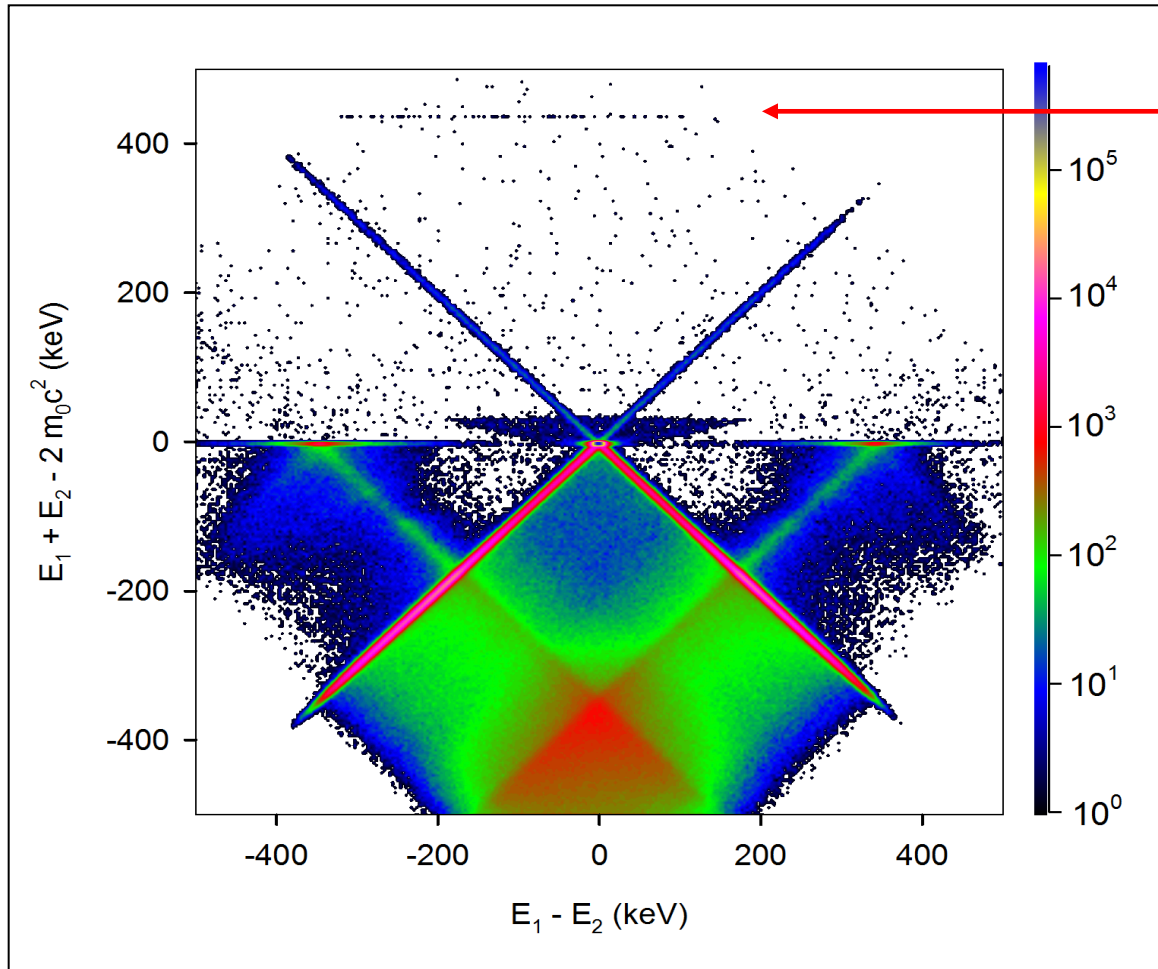
CDB měření anihilace pozitronů v letu

- monoenergetické pomalé pozitrony, $T_+ = 35$ keV
- Fe terčik (tloušťka 0.5 mm)



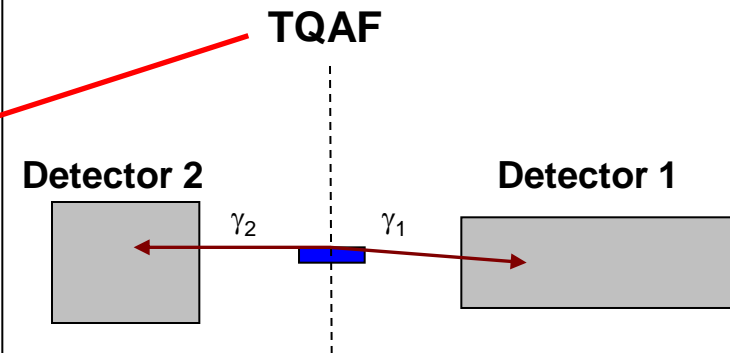
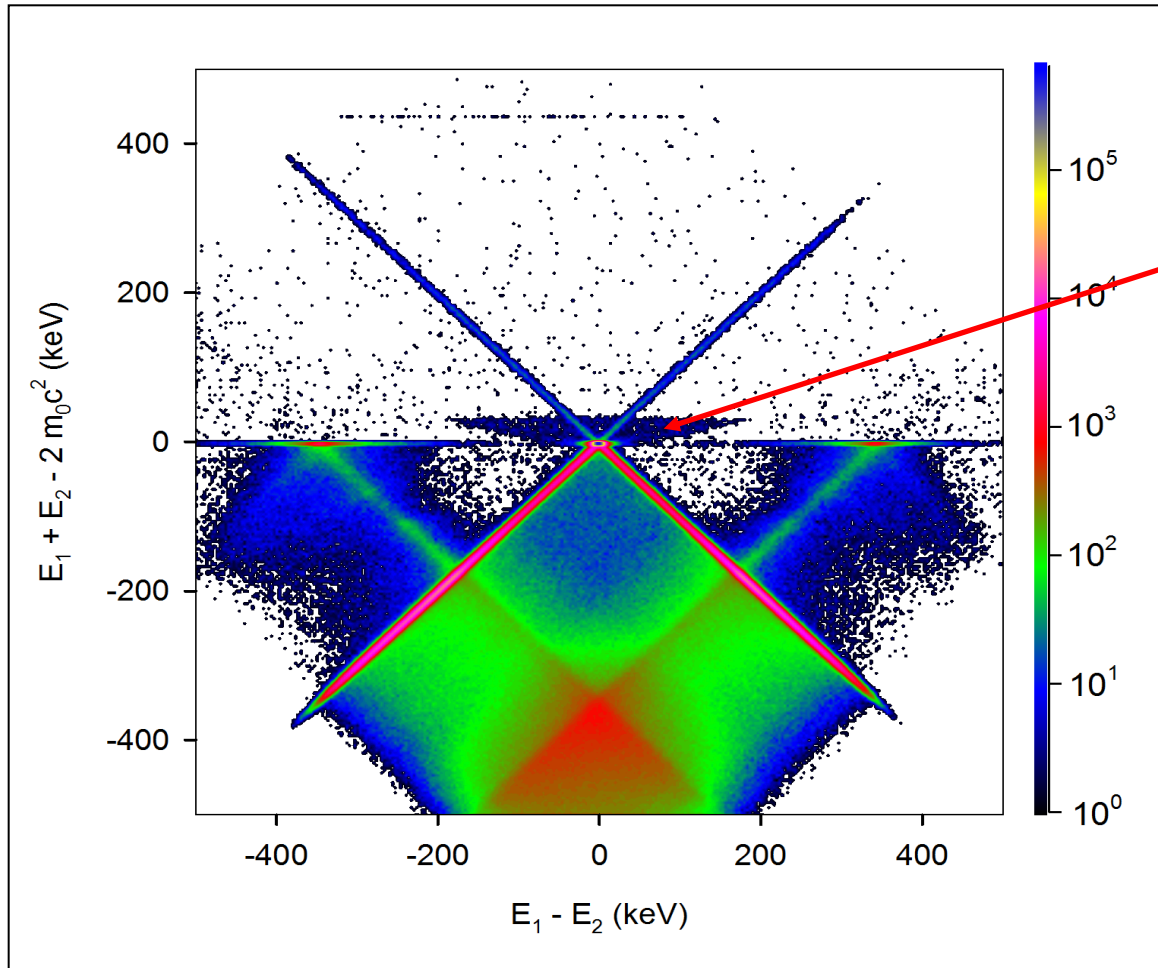
CDB spectra – monoenergetic slow positrons

- monoenergetic slow positrons, $T_+ = 35$ keV
- thick Fe target (thickness 0.5 mm)



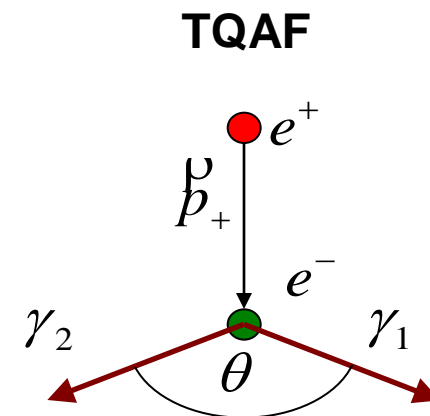
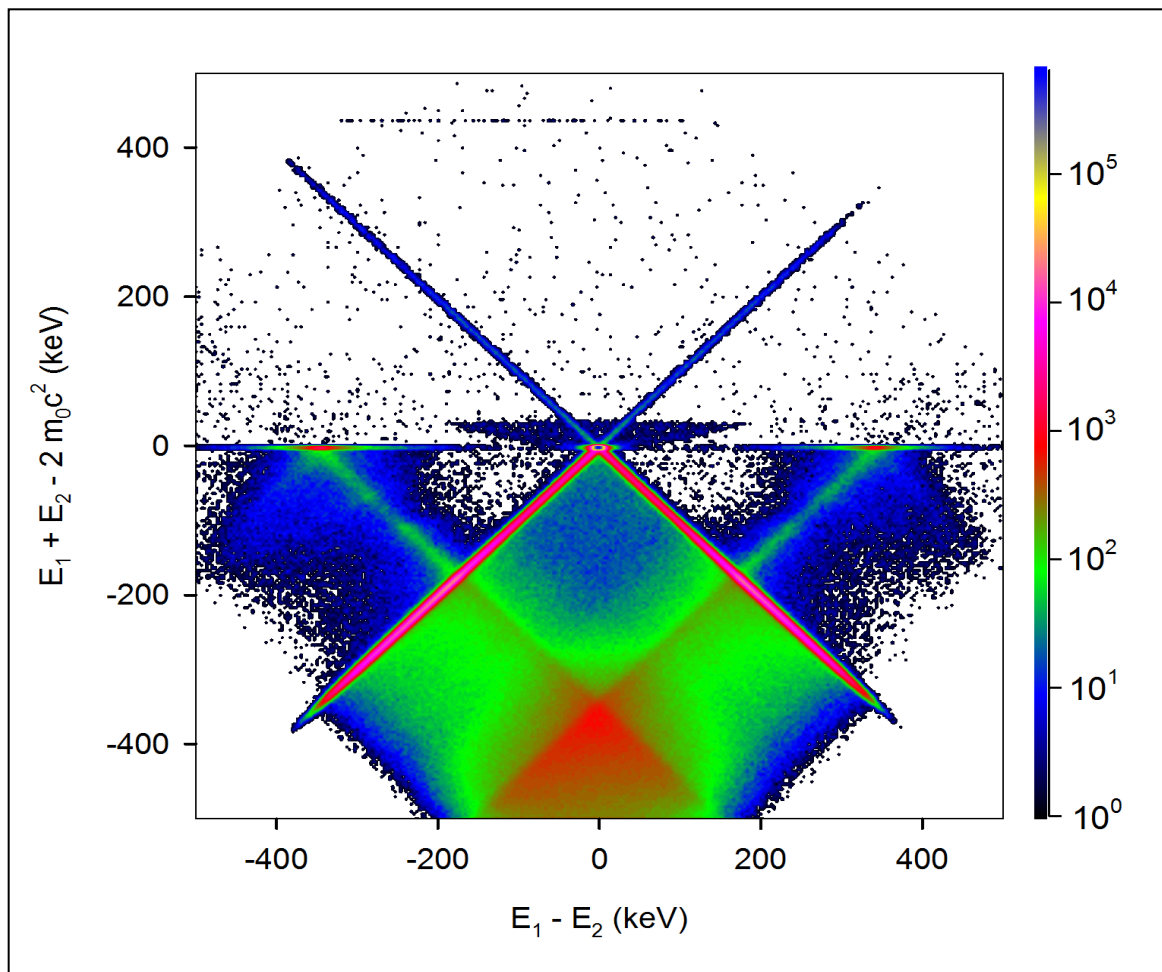
CDB spectra – monoenergetic slow positrons

- monoenergetic slow positrons, $T_+ = 35$ keV
- thick Fe target (thickness 0.5 mm)



CDB měření anihilace pozitronů v letu

- monoenergetické pomalé pozitrony, $T_+ = 35$ keV
- Fe terčik (tloušťka 0.5 mm)



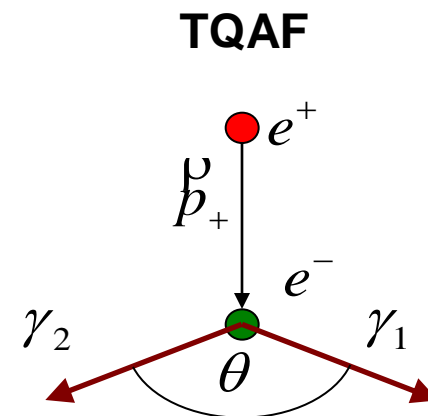
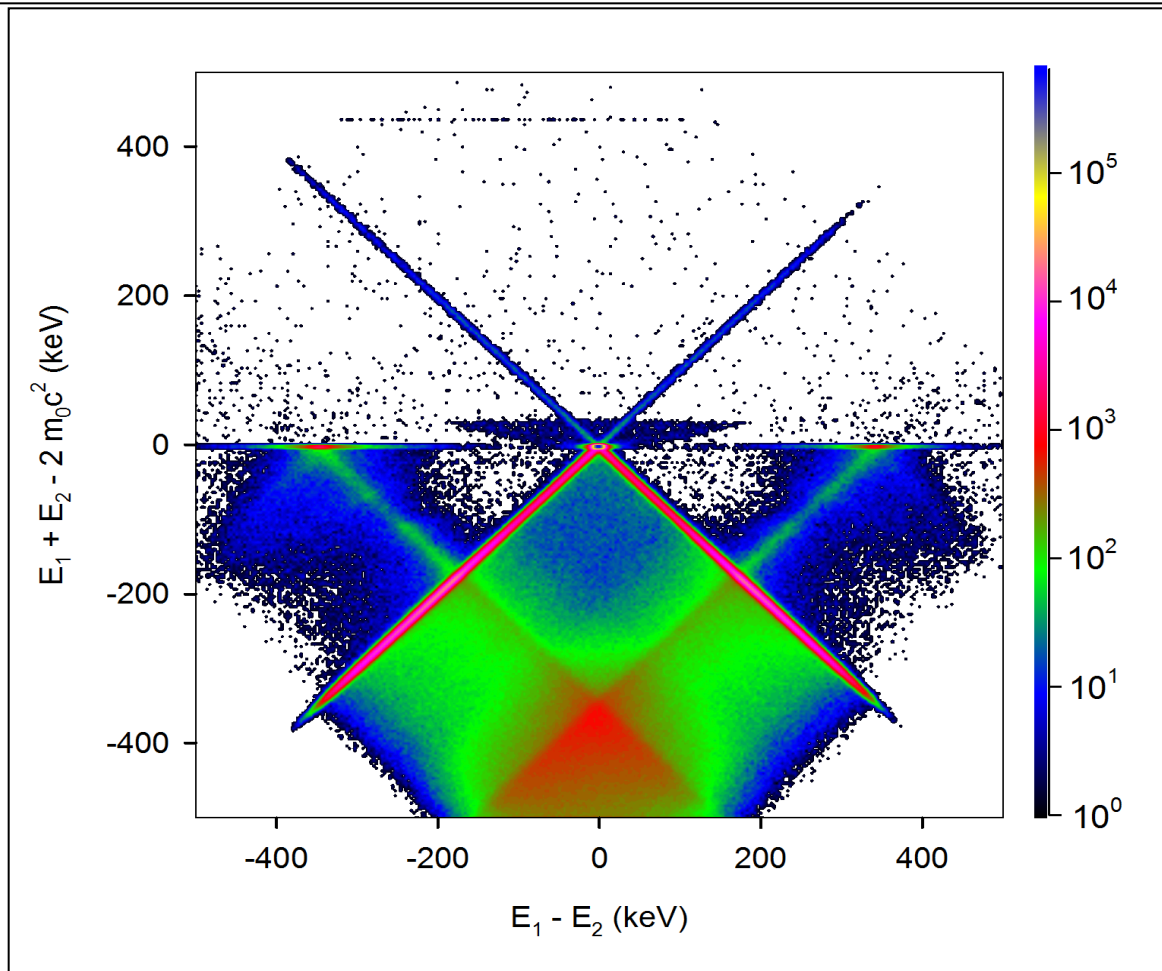
zákon zachování
energie & hybnosti



$$\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} = \frac{1 - \cos \theta}{m_0 c^2}$$

CDB měření anihilace pozitronů v letu

$$E_1 + E_2 - 2m_0c^2 = \sqrt{(E_1 - E_2)^2 + \left(\frac{2m_0c^2}{1 - \cos\theta}\right)^2} + \frac{2m_0c^2 \cos\theta}{1 - \cos\theta}$$



zákon zachování
energie & hybnosti

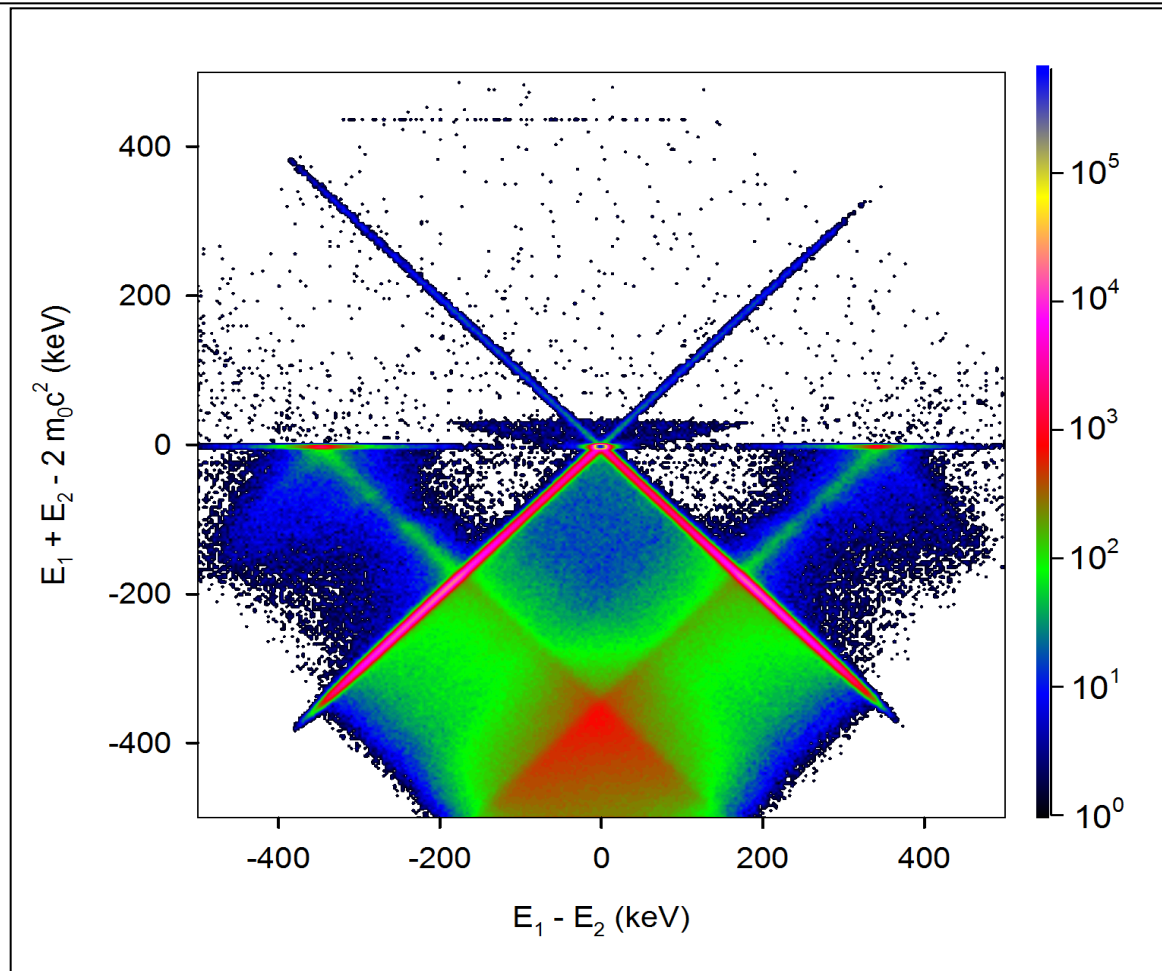
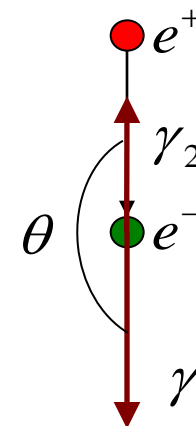


$$\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} = \frac{1 - \cos\theta}{m_0c^2}$$

CDB měření anihilace pozitronů v letu

$$E_1 + E_2 - 2m_0c^2 = \sqrt{(E_1 - E_2)^2 + \left(\frac{2m_0c^2}{1 - \cos\theta}\right)^2} + \frac{2m_0c^2 \cos\theta}{1 - \cos\theta}$$

TQAF

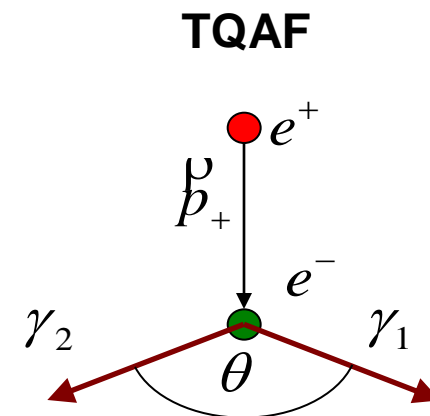
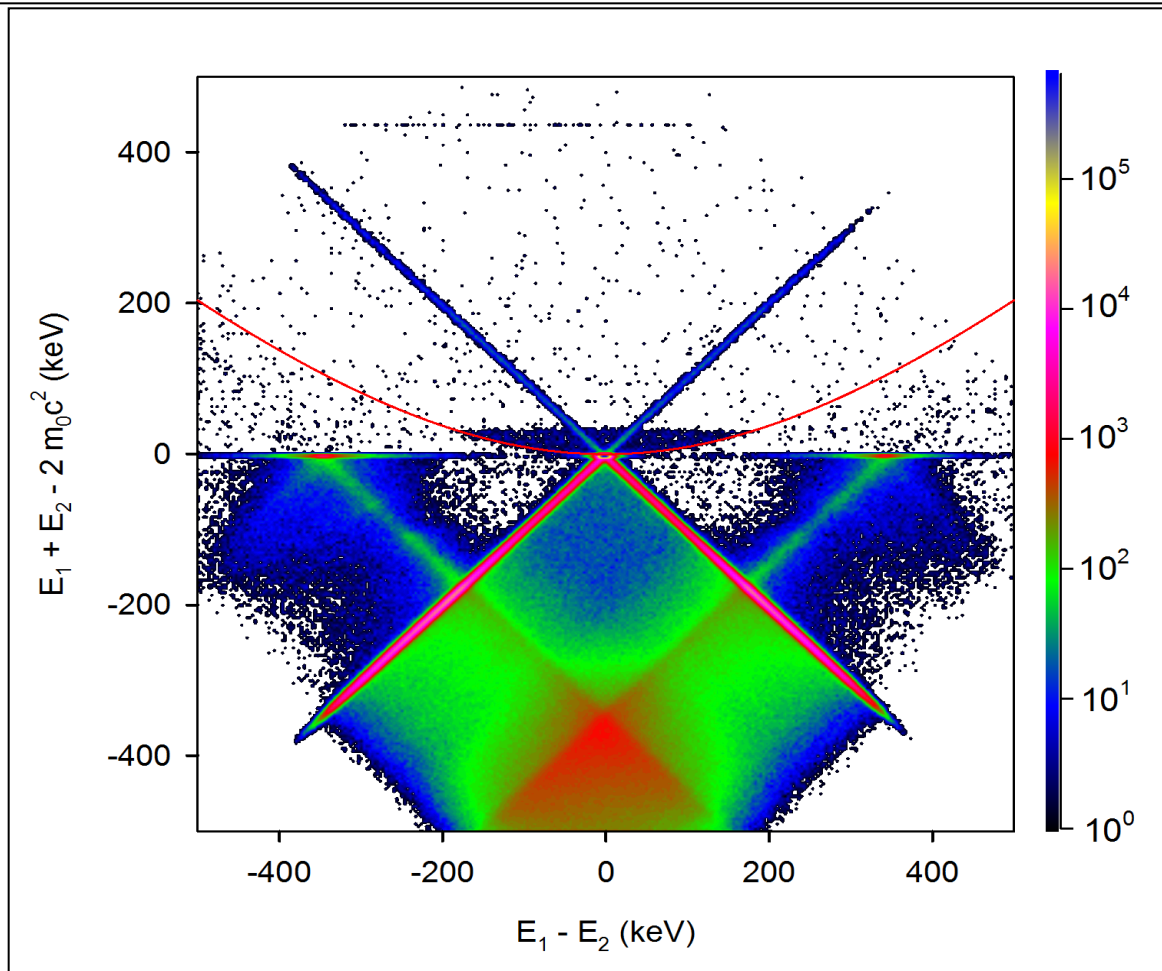


rozdíl energií je maximální
pro anti-kolineární γ -kvanta
 $\theta = 180^\circ$

pro $T_+ = 35$ keV
 $-192 \text{ keV} \leq E_1 - E_2 \leq 192 \text{ keV}$

CDB měření anihilace pozitronů v letu

$$E_1 + E_2 - 2m_0c^2 = \sqrt{(E_1 - E_2)^2 + \left(\frac{2m_0c^2}{1 - \cos\theta}\right)^2} + \frac{2m_0c^2 \cos\theta}{1 - \cos\theta}$$



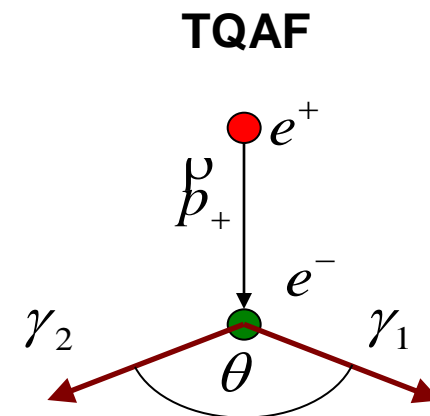
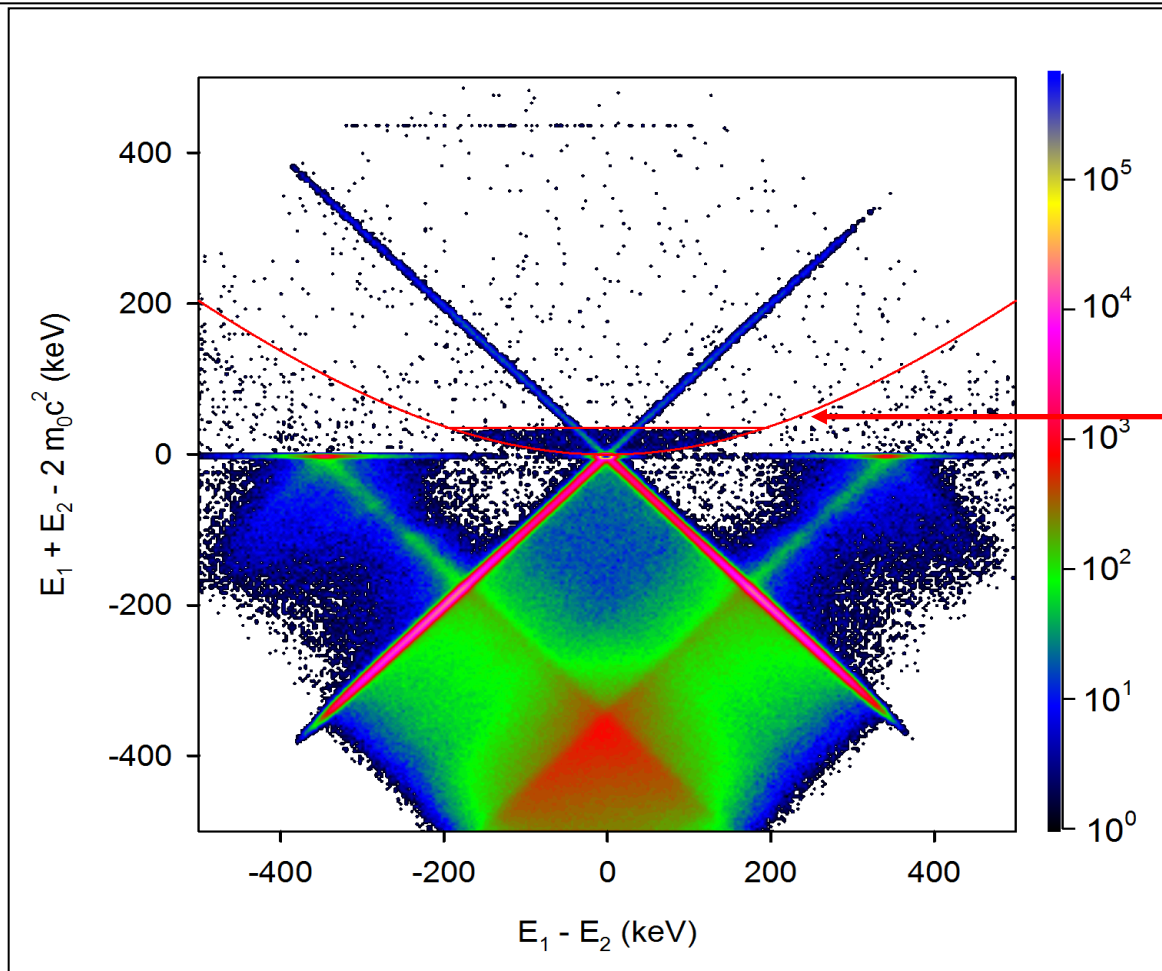
zákon zachování
energie & hybnosti



$$\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} = \frac{1 - \cos\theta}{m_0c^2}$$

CDB měření anihilace pozitronů v letu

$$E_1 + E_2 - 2m_0c^2 = \sqrt{(E_1 - E_2)^2 + \left(\frac{2m_0c^2}{1 - \cos\theta}\right)^2} + \frac{2m_0c^2 \cos\theta}{1 - \cos\theta}$$

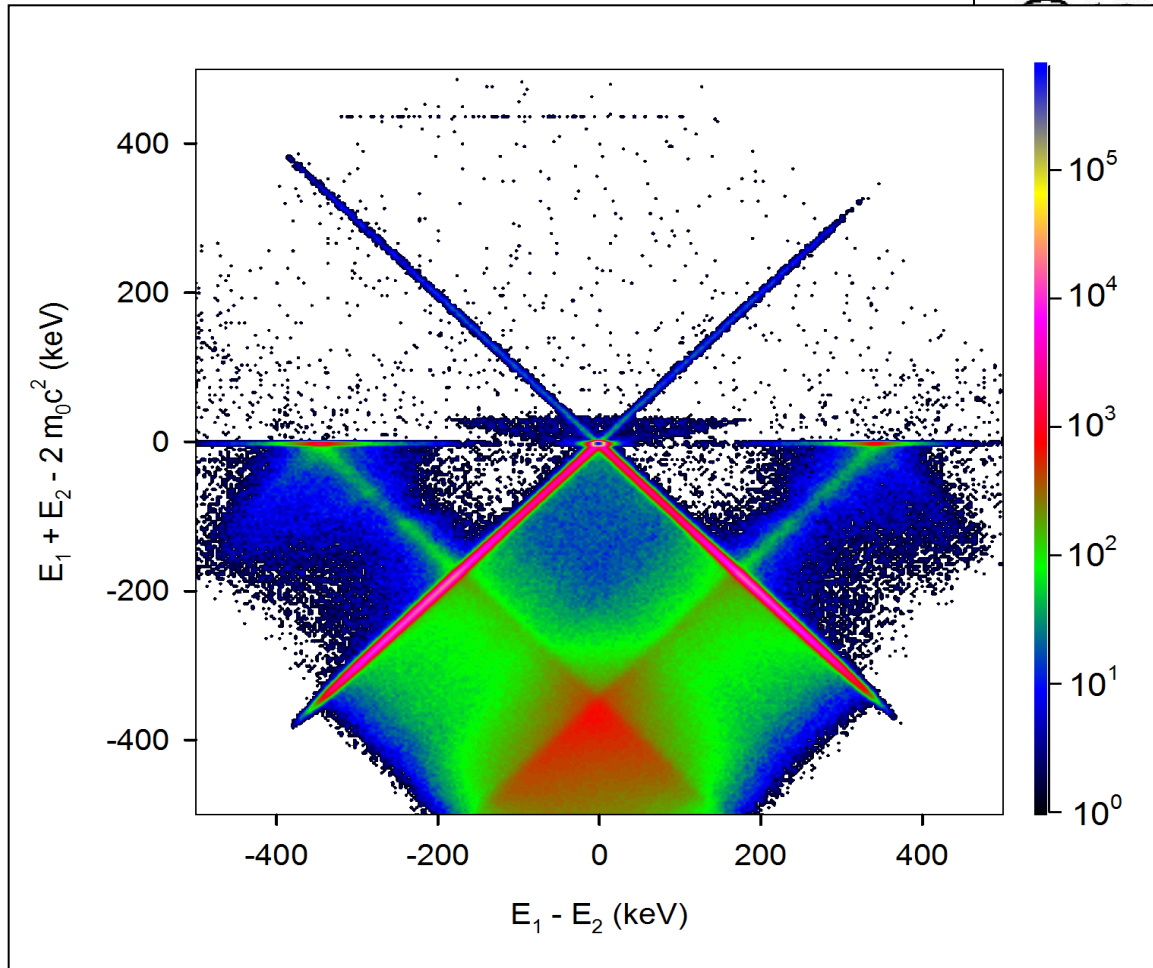


kinematický cut-off
 $T_+ = 35 \text{ keV}$

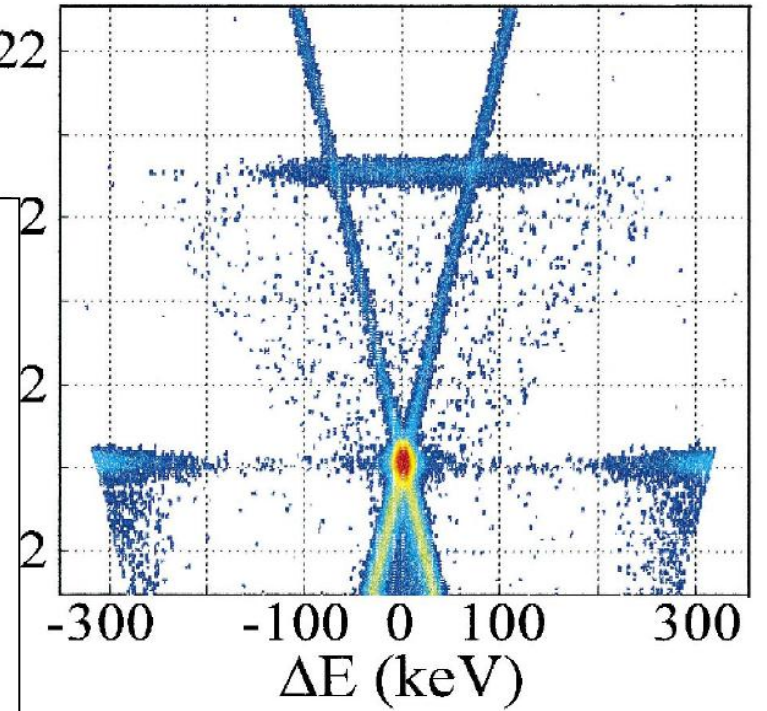
$$E_1 + E_2 - 2m_0c^2 \leq T_+$$

CDB měření anihilace pozitronů v letu

- monoenergetické pomalé pozitrony, $T_+ = 35$ keV
- Fe terčik (tloušťka 0.5 mm)



1122



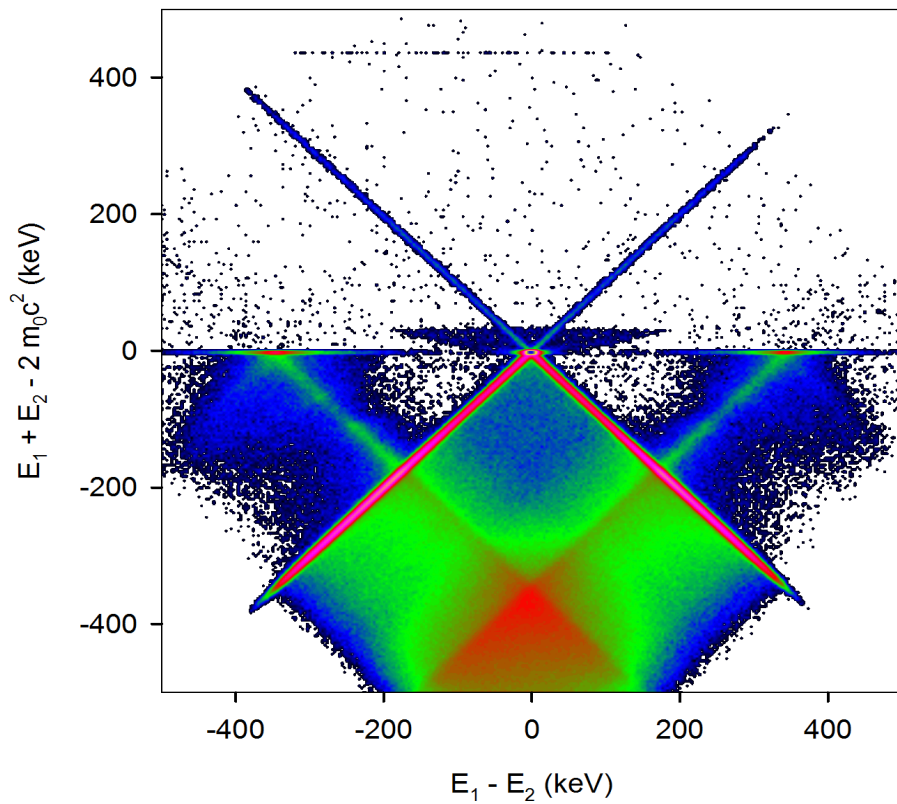
- $T_+ = 70$ keV
- tenká fólie Al
- tloušťka $0.8 \mu\text{m}$

A. W. Hunt, M.H. Weber,
J.A. Golovchenko, K.G. Lynn,
Appl. Surf. Sci. 149, 282 (1999)

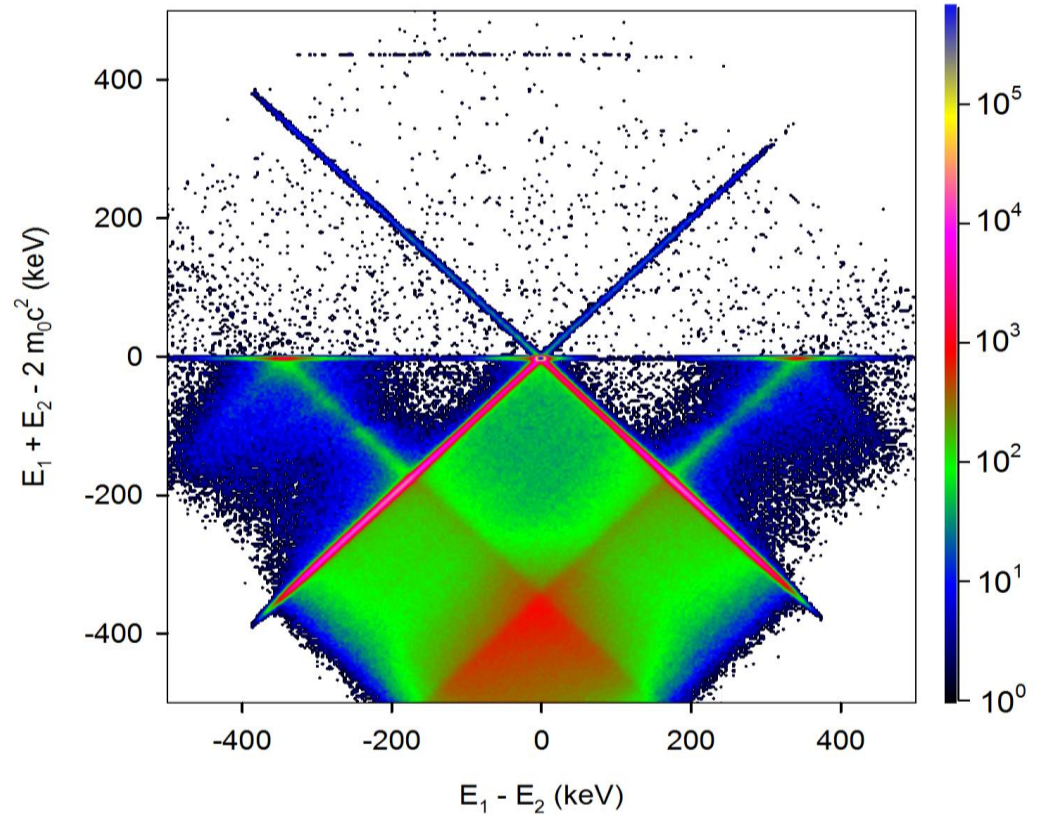
CDB měření anihilace pozitronů v letu

- TQAF zmizí pro opravdu pomalé pozitrony

$T_+ = 35 \text{ keV}$



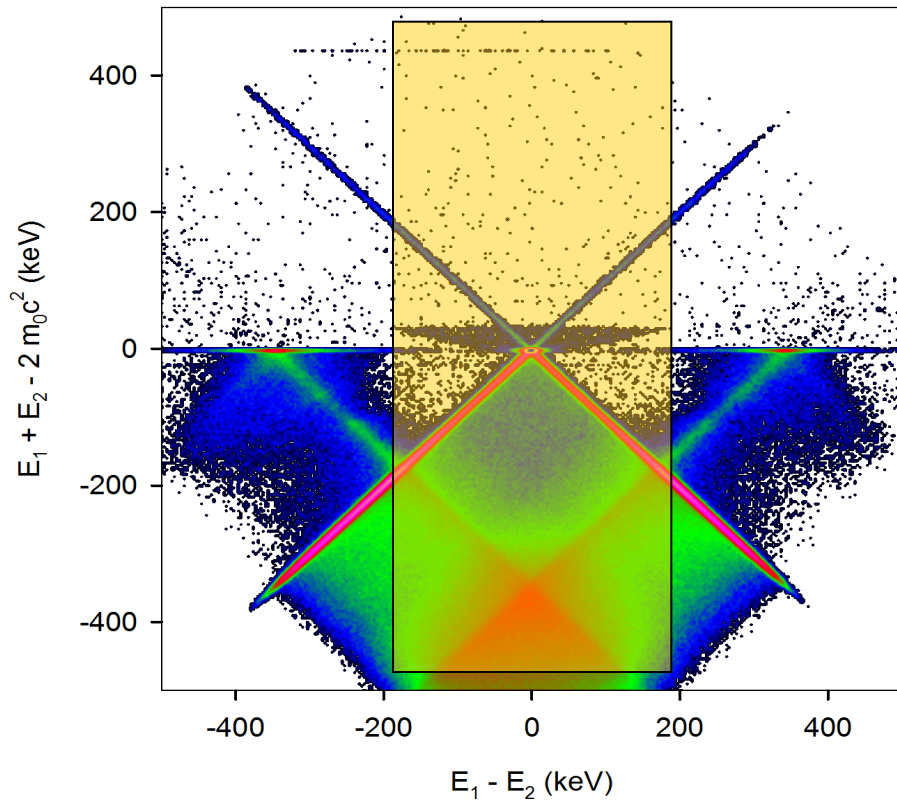
$T_+ = 27 \text{ eV}$



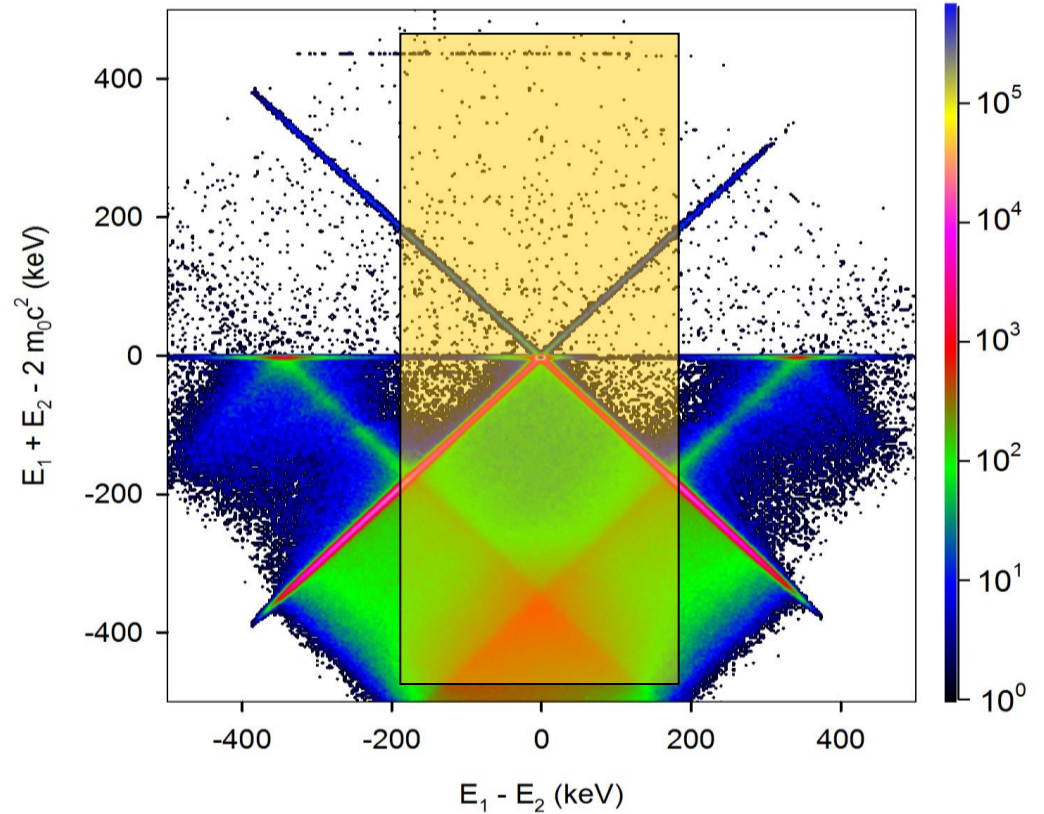
CDB měření anihilace pozitronů v letu

- Fe terčik (tloušťka 0.5 mm)
- vertikální řez v rozsahu $-192 \text{ keV} < E_1 - E_2 < 192 \text{ keV}$

$T_+ = 35 \text{ keV}$

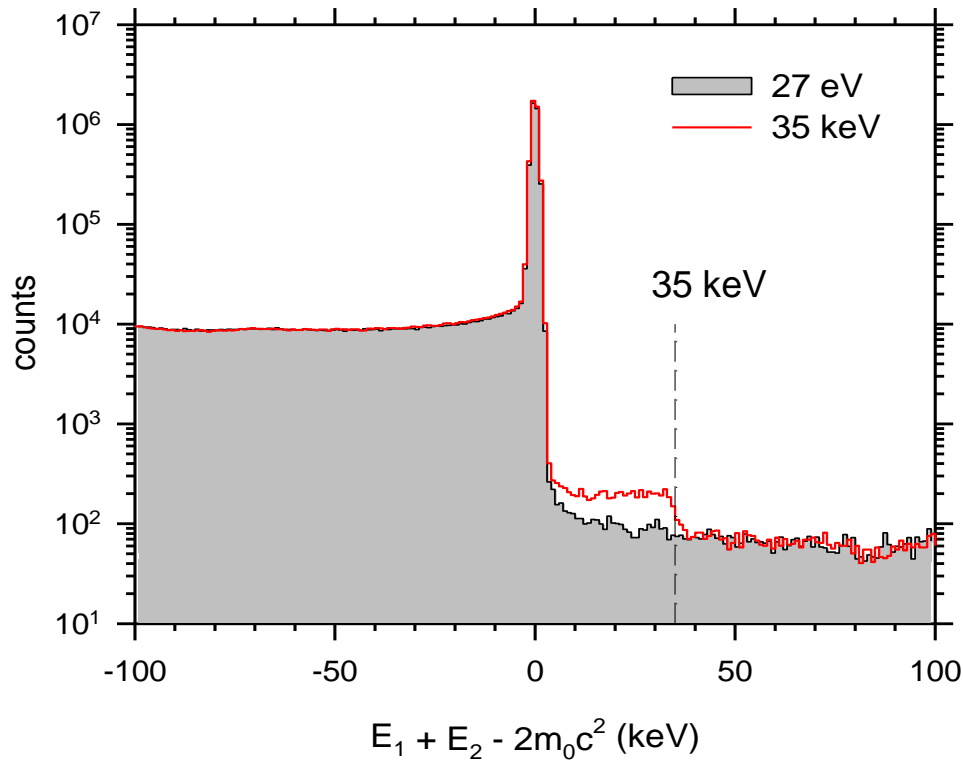


$T_+ = 27 \text{ eV}$



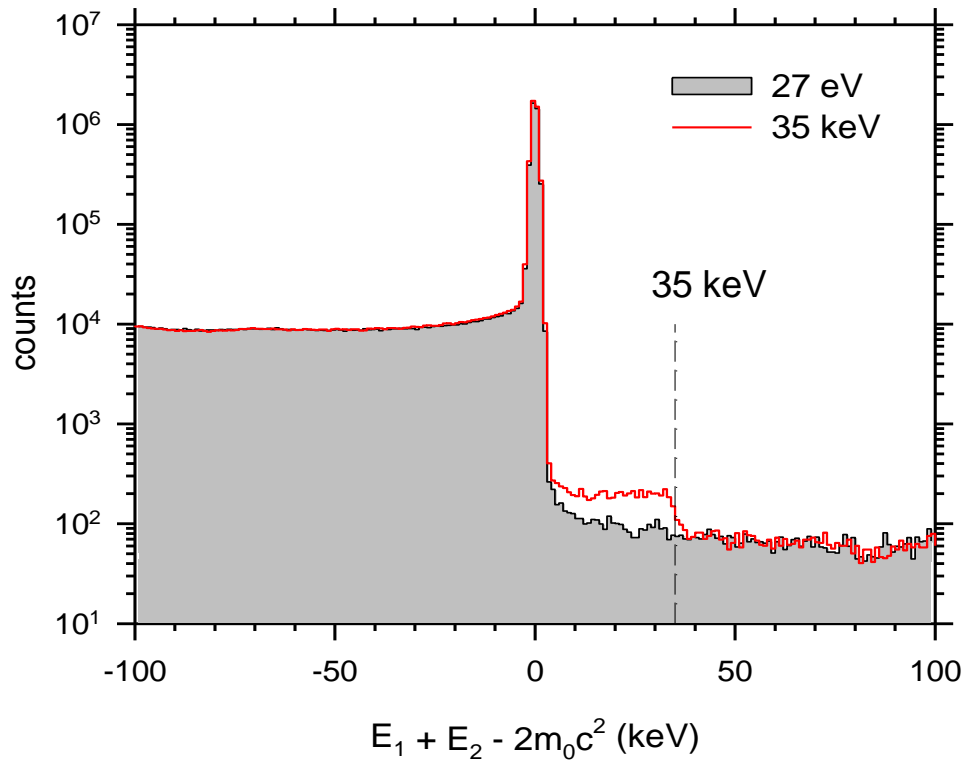
CDB měření anihilace pozitronů v letu

- Fe terčik (tloušťka 0.5 mm)
- vertikální řez v rozsahu $-192 \text{ keV} < E_1 - E_2 < 192 \text{ keV}$



CDB měření anihilace pozitronů v letu

- Fe terčik (tloušťka 0.5 mm)
- vertikální řez v rozsahu $-192 \text{ keV} < E_1 - E_2 < 192 \text{ keV}$



- pravděpodobnost anihilace e^+ během termalizace od $T_+ + dT_+$ do T_+

$$dP(T_+) = -\frac{N_A \rho Z}{A} \frac{\sigma_{TQAF}(T_+)}{S(T_+)} dT_+$$

- e^+ stopping power

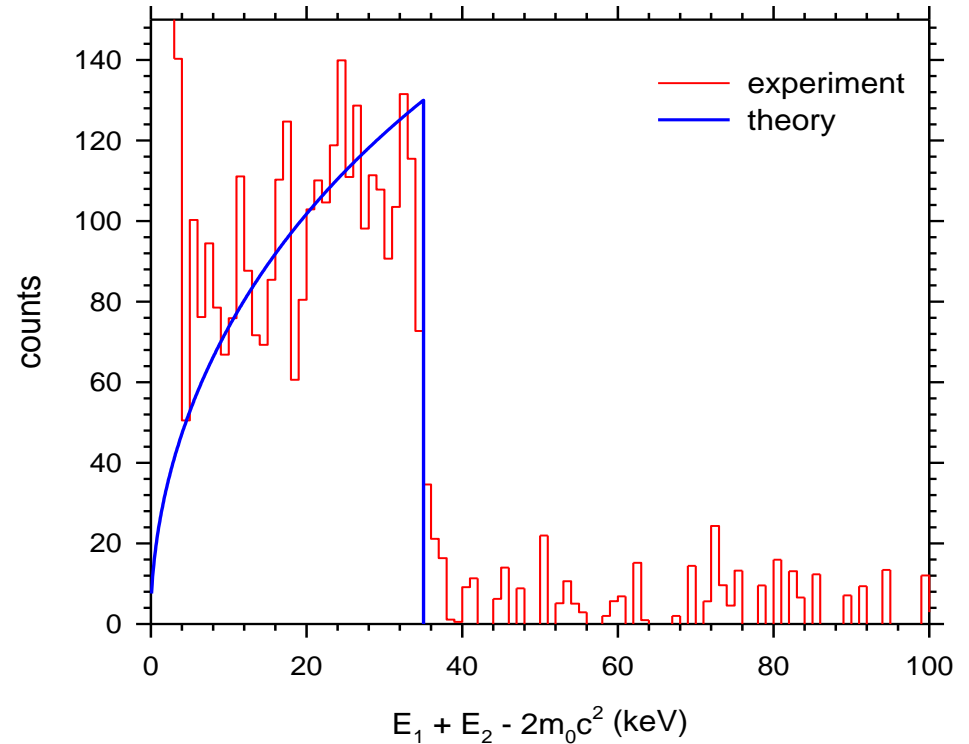
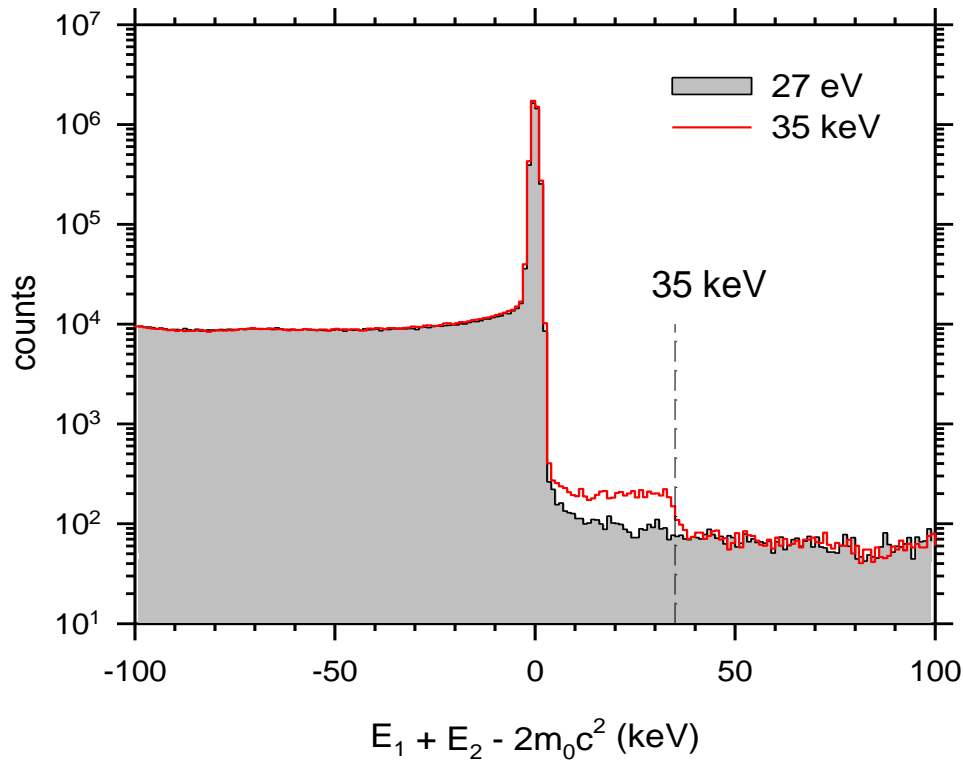
$$S(T_+) = \frac{dT_+}{dx} = \rho(a_1 Z + a_2) \frac{\gamma^{2.4}}{\gamma^{1.9} - 1}$$

$$\gamma = \frac{T_+ + m_0 c^2}{m_0 c^2} \quad a_1 = -5.95 \text{ g}^{-1} \text{cm}^2 \text{keV} \\ a_2 = 928 \text{ g}^{-1} \text{cm}^2 \text{keV}$$

R.K. Barta e al., Nucl. Phys.A 156, 314 (1970)

CDB měření anihilace pozitronů v letu

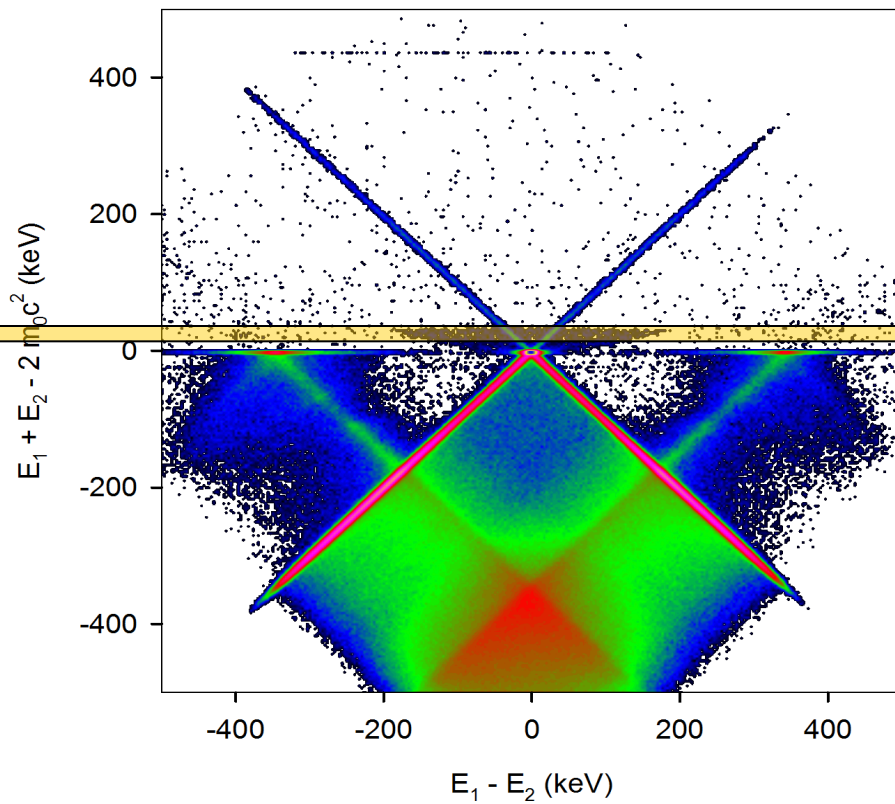
- Fe terčik (tloušťka 0.5 mm)
- vertikální řez v rozsahu $-192 \text{ keV} < E_1 - E_2 < 192 \text{ keV}$
- **TQAF v objemových terčících obsahuje informace o termalizaci e^+**



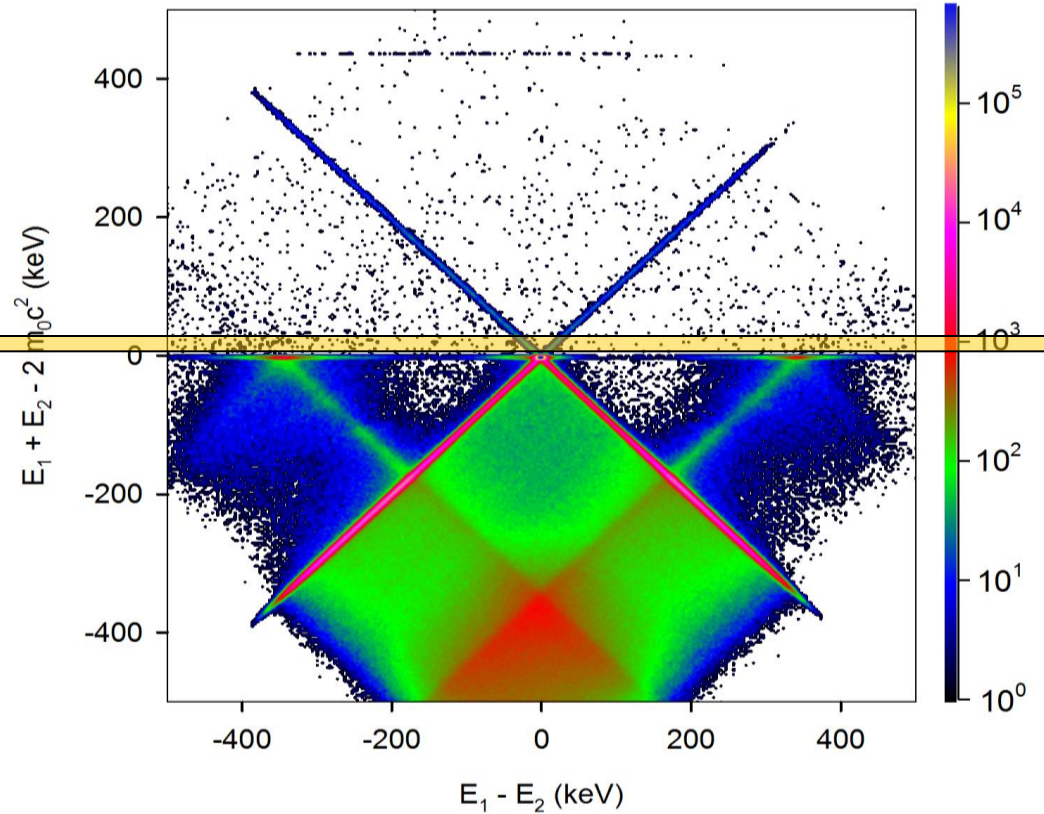
CDB měření anihilace pozitronů v letu

- Fe terčik (tloušťka 0.5 mm)
- horizontální řez v rozsahu $5 \text{ keV} < E_1 + E_2 - 2m_0c^2 < 35 \text{ keV}$

$T_+ = 35 \text{ keV}$

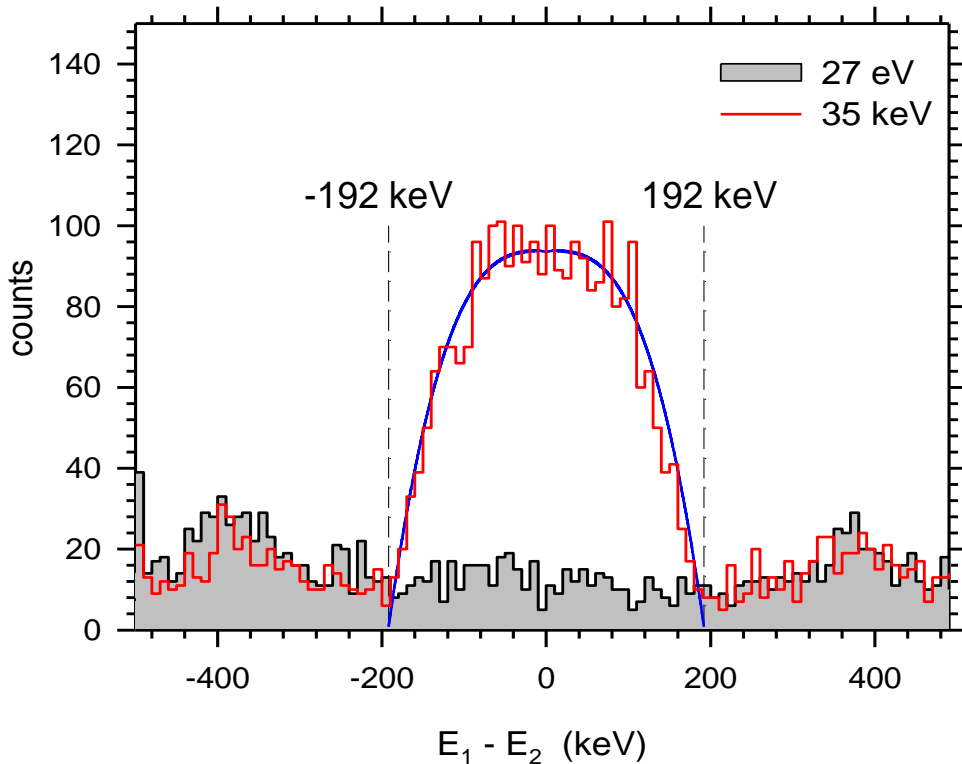


$T_+ = 27 \text{ eV}$



CDB měření anihilace pozitronů v letu

- Fe terčik (tloušťka 0.5 mm)
- horizontální řez v rozsahu $5 \text{ keV} < E_1 + E_2 - 2m_0c^2 < 35 \text{ keV}$



- pravděpodobnost TQAF s emisí γ -kvant s rozdílem energií $E_1 - E_2$

$$P(E_1 - E_2) = -\frac{N_A \rho Z}{A} \int_{\sqrt{(E_1 - E_2)^2 + (m_0 c^2)^2} - m_0 c^2}^{35 \text{ keV}} \frac{\sigma_{TQAF}(T_+)}{S(T_+)} dT_+$$

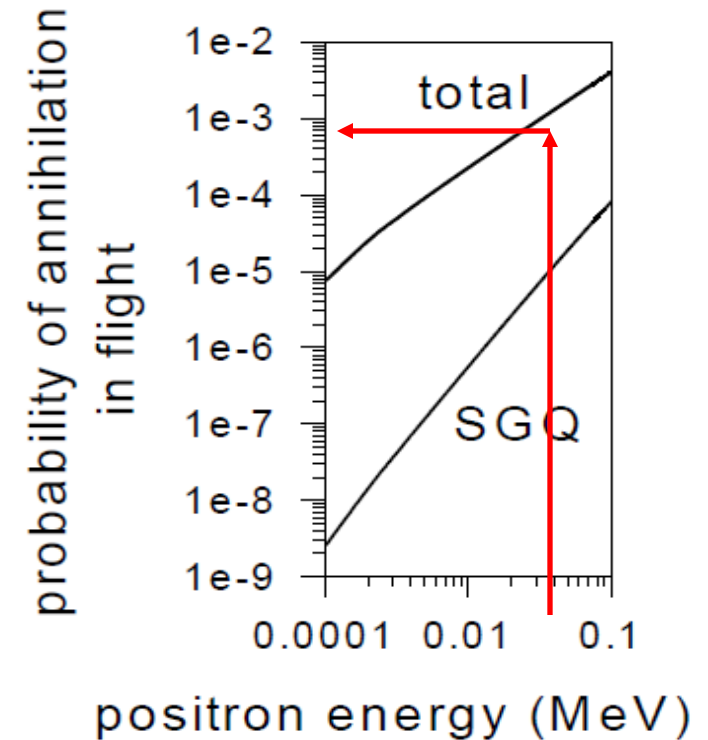
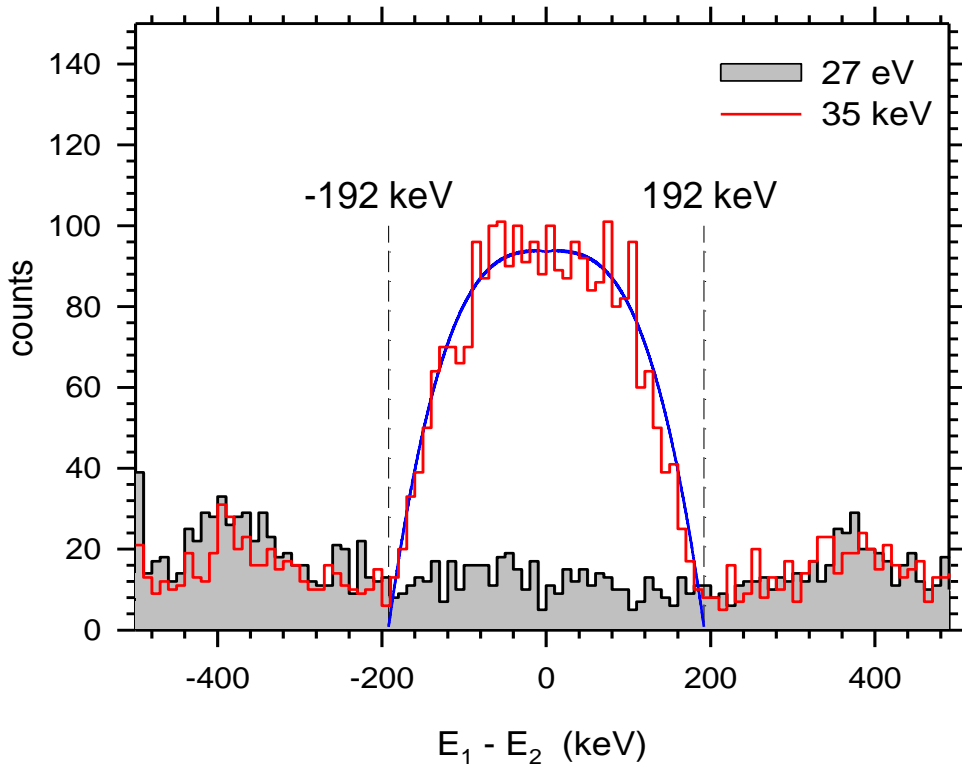
- celková pravděpodobnost TQAF v Fe pro pozitrony s energií 35 keV

$$P_{TQAF} = 7.9 \times 10^{-4}$$

CDB měření anihilace pozitronů v letu

- Fe terčik (tloušťka 0.5 mm)
- horizontální řez v rozsahu $5 \text{ keV} < E_1 + E_2 - 2m_0c^2 < 35 \text{ keV}$

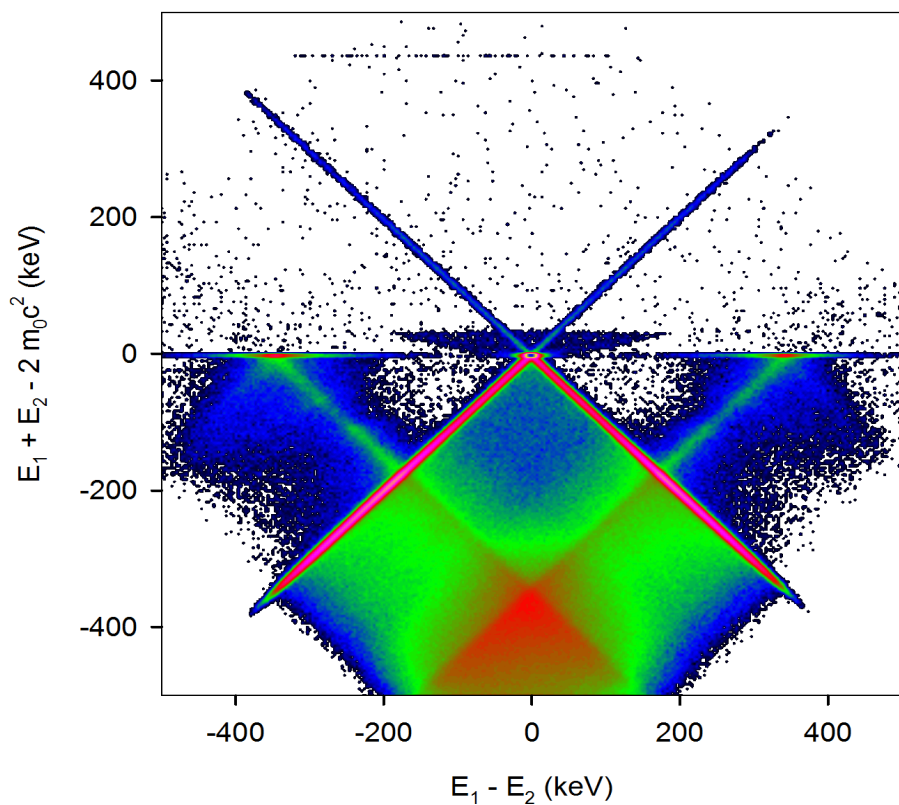
$$P_{TQAF} = 7.9 \times 10^{-4}$$



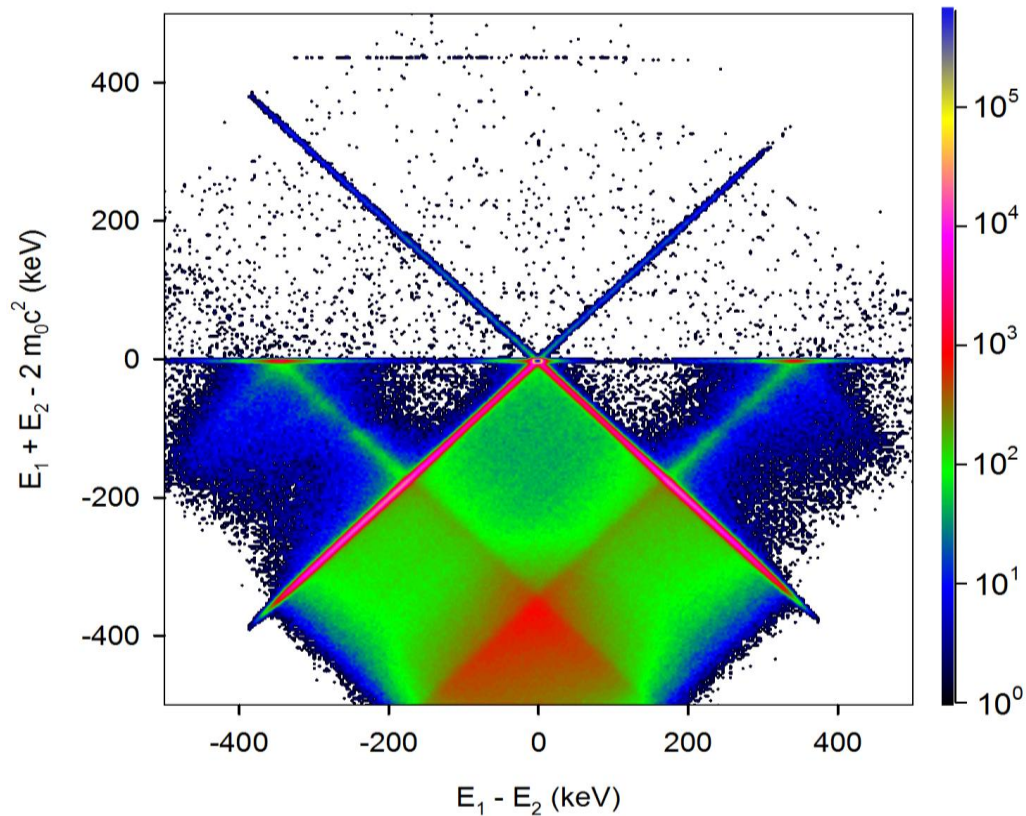
CDB měření anihilace pozitronů v letu

- Fe terčík (tloušťka 0.5 mm)

$T_+ = 35 \text{ keV}$



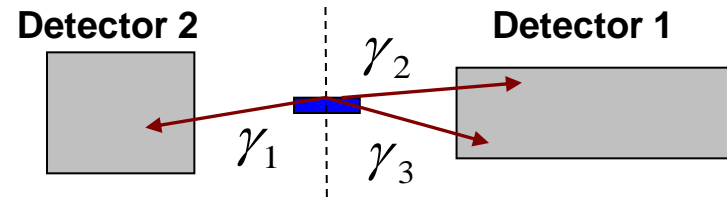
$T_+ = 27 \text{ eV}$



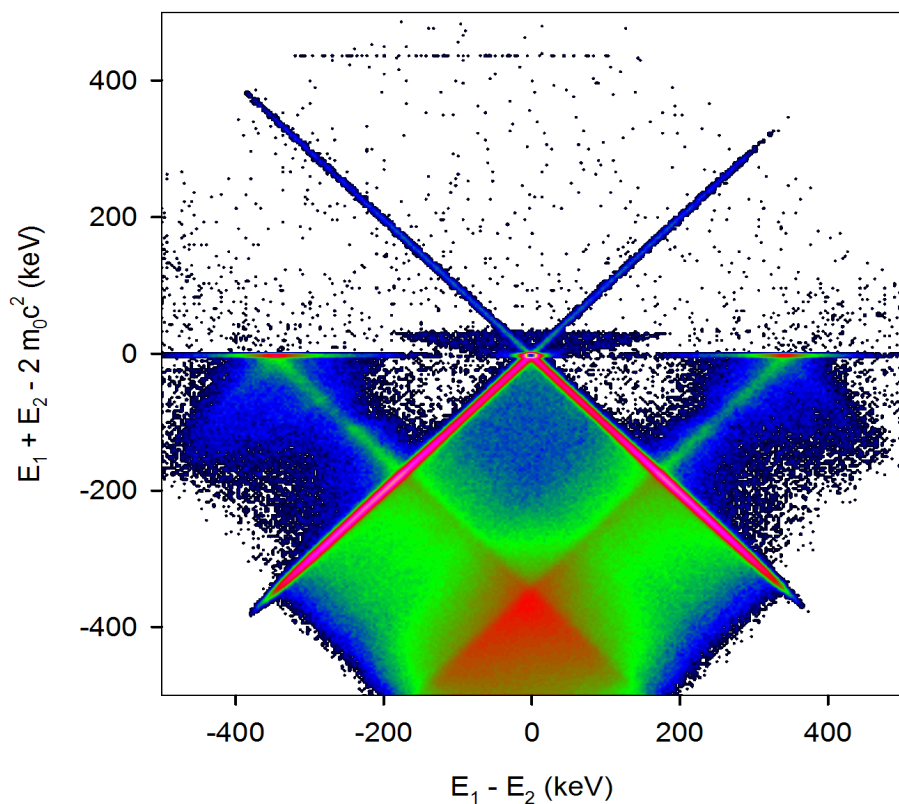
CDB měření anihilace pozitronů v letu

- Fe terčik (tloušťka 0.5 mm)
- 3- γ o-Ps anihilace na povrchu

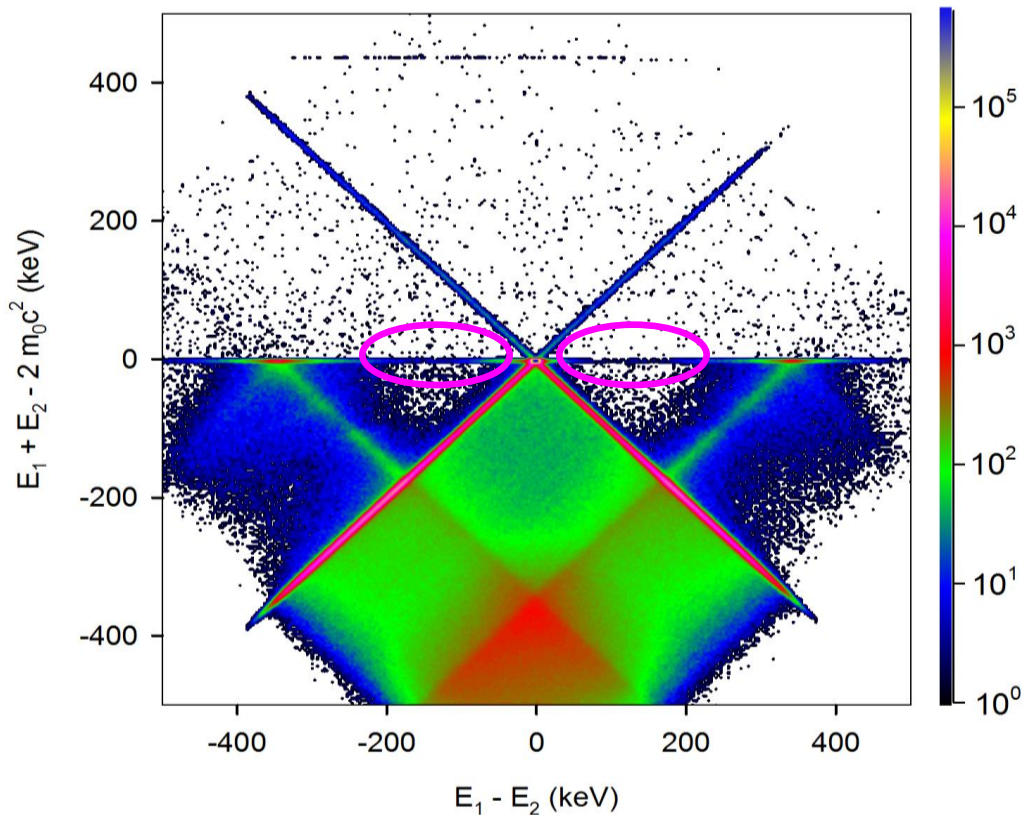
$$E_1 + E_2 + E_3 = 2m_0c^2$$



$T_+ = 35$ keV



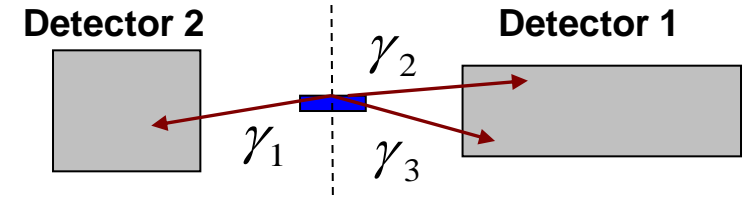
$T_+ = 27$ eV



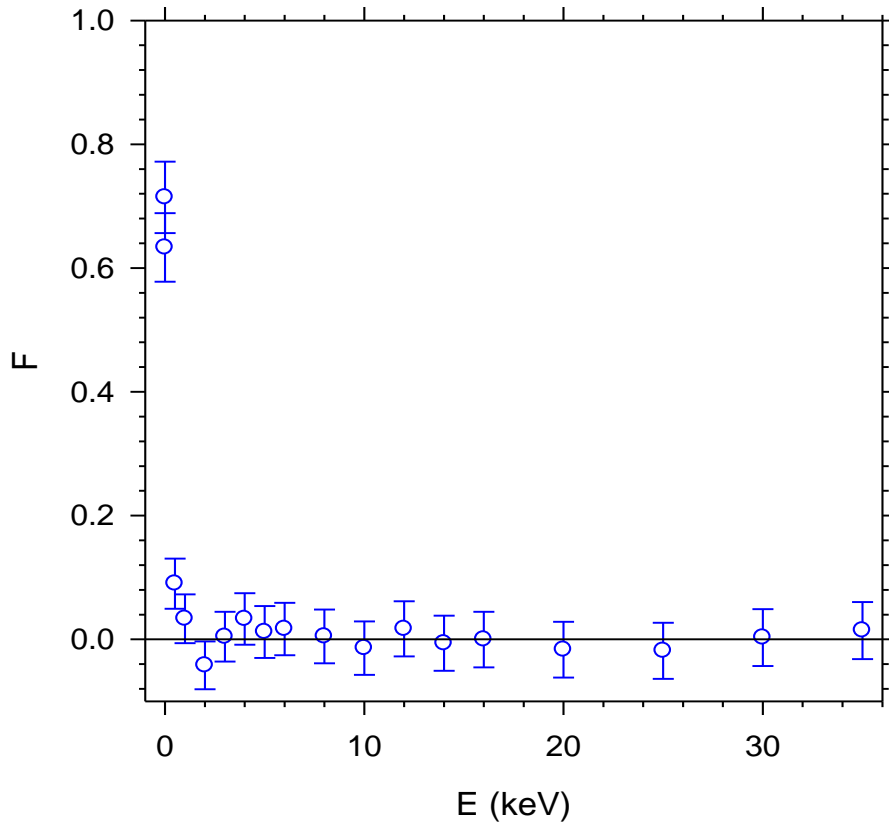
CDB měření anihilace pozitronů v letu

- Fe terčik (tloušťka 0.5 mm)
- **3- γ o-Ps anihilace na povrchu**

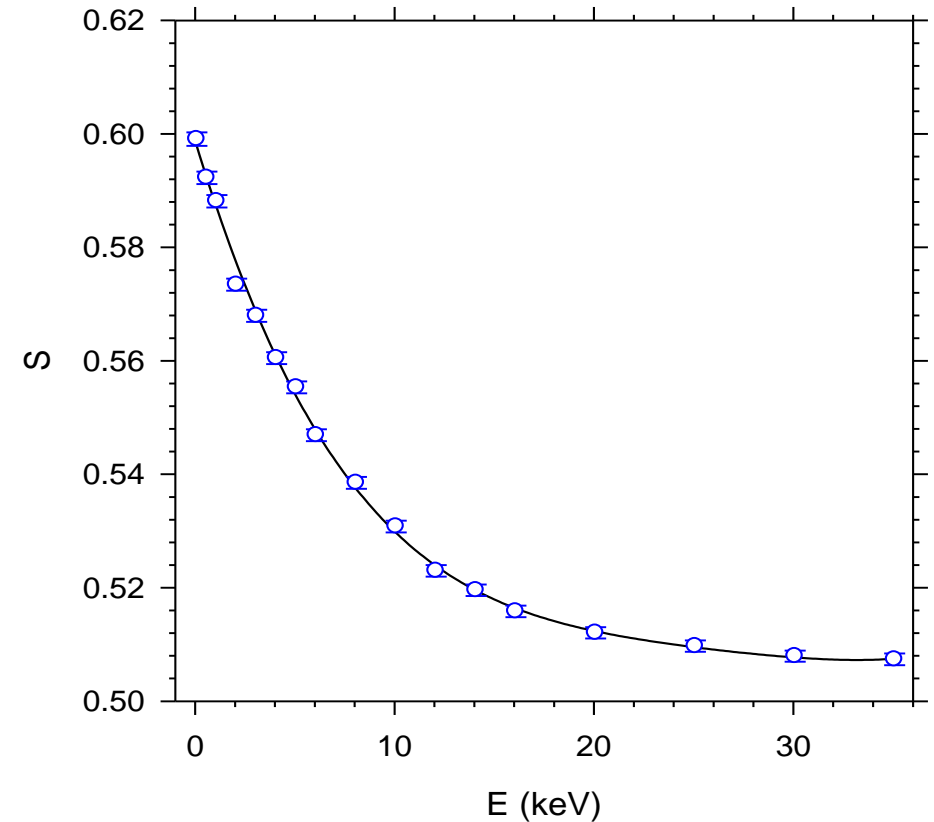
$$E_1 + E_2 + E_3 = 2m_0c^2$$



F parameter

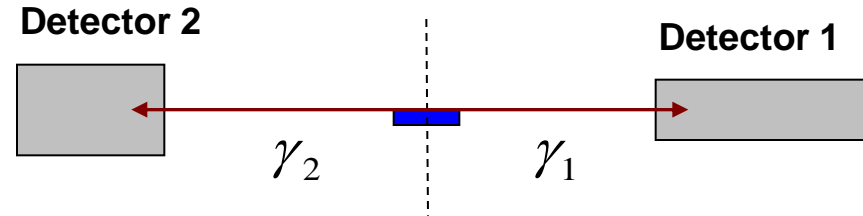


S parameter

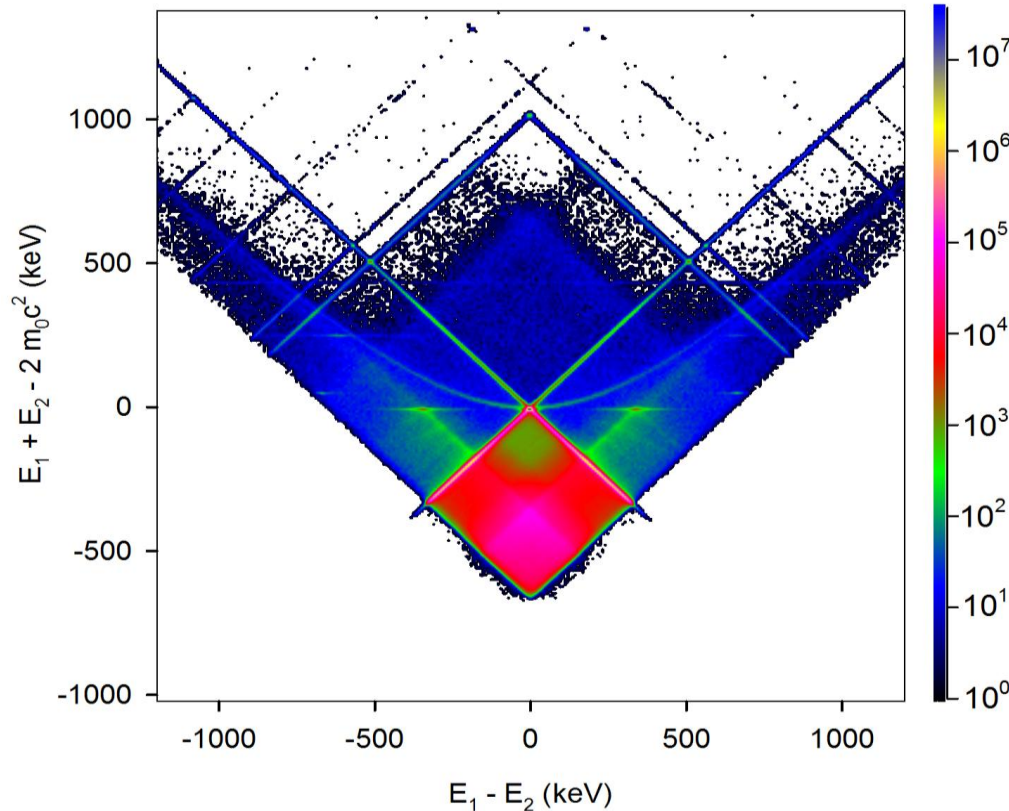


CDB měření anihilace pozitronů v letu

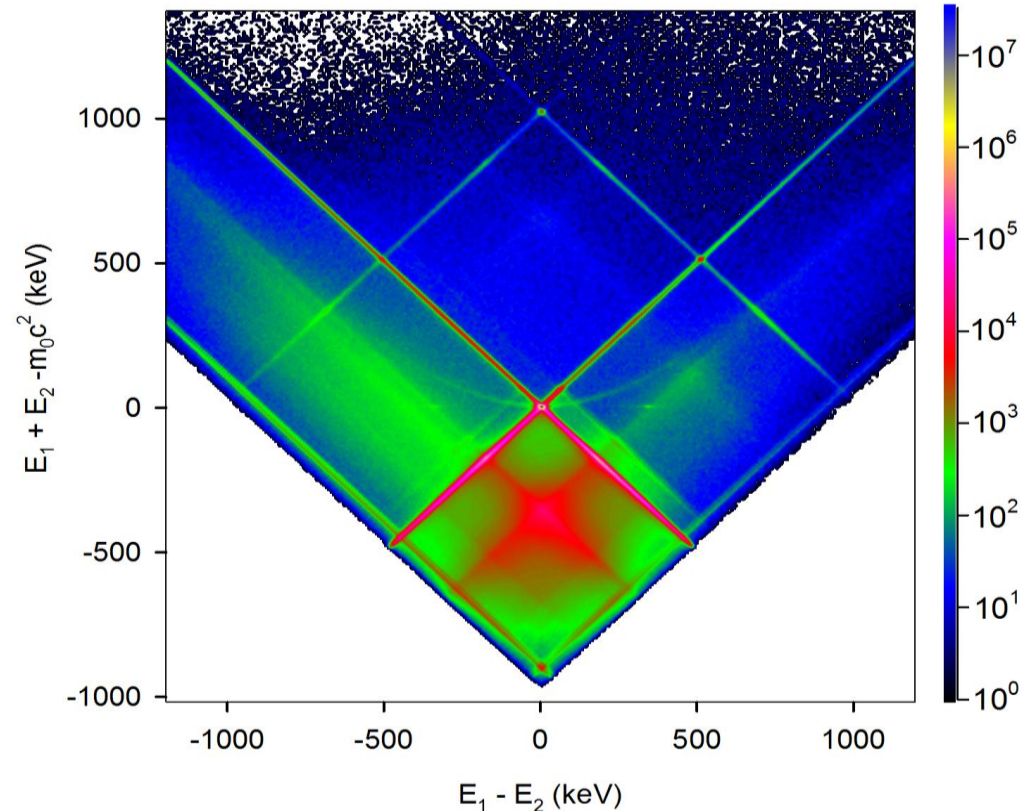
- rychlé pozitrony, spojité spektrum energií



$^{68}\text{Ge}/^{68}\text{Ga}$, Mg target, $T_+ \leq 1897$ keV

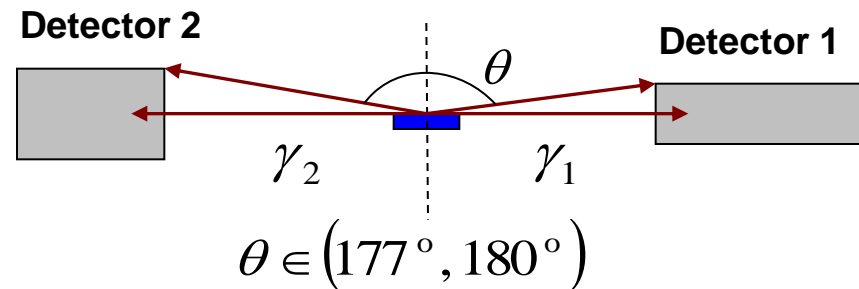


GiPS, W target, $T_+ \leq 16$ MeV

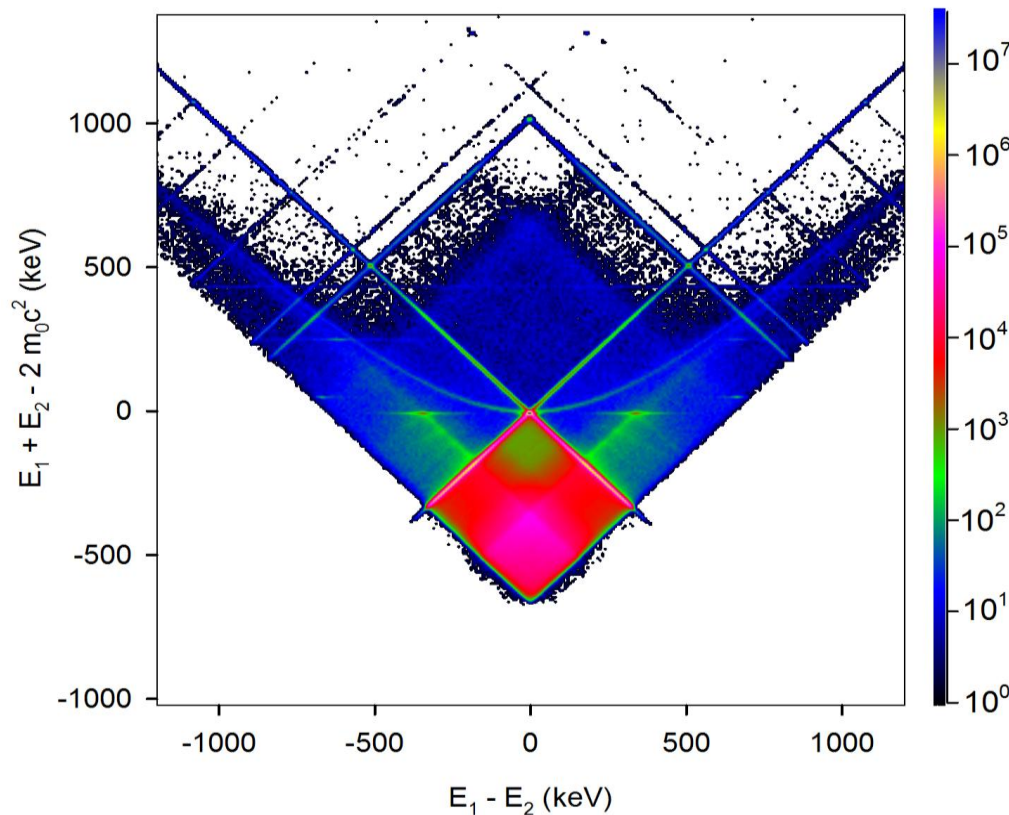


CDB měření anihilace pozitronů v letu

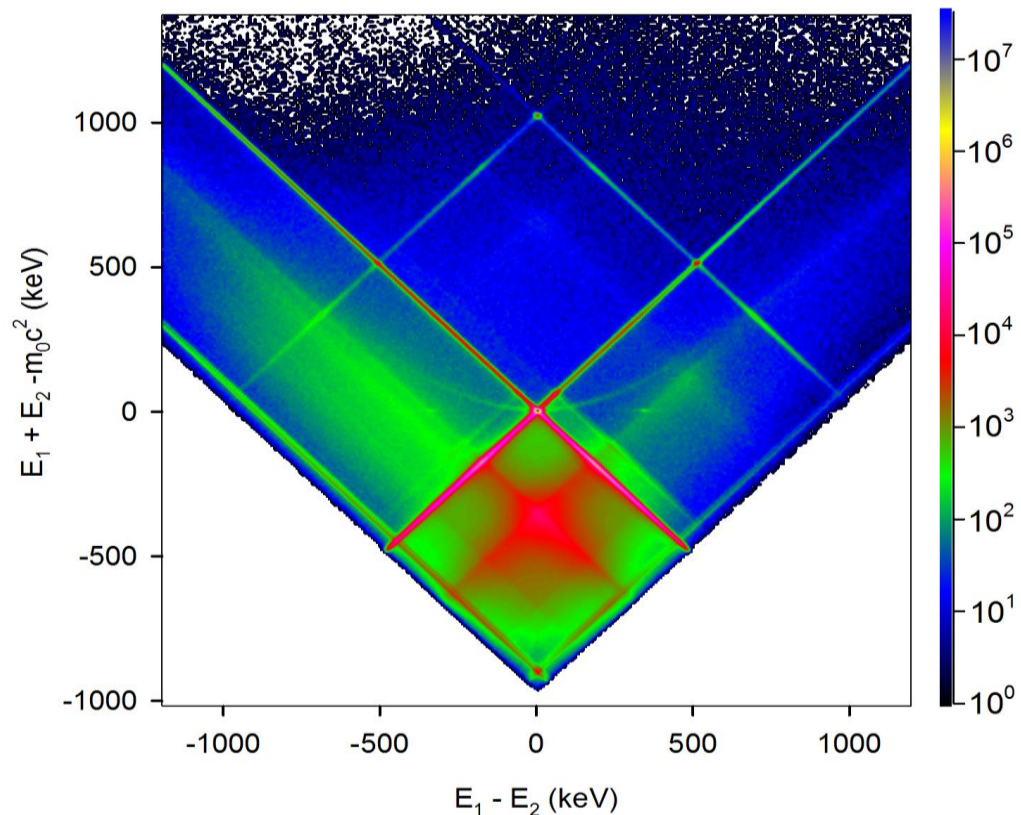
- rychlé pozitrony, spojité spektrum energií
- větší vzdálenost detektorů
- limitovaný rozsah úhlů θ



$^{68}\text{Ge}/^{68}\text{Ga}$, Mg target, $T_+ \leq 1897$ keV



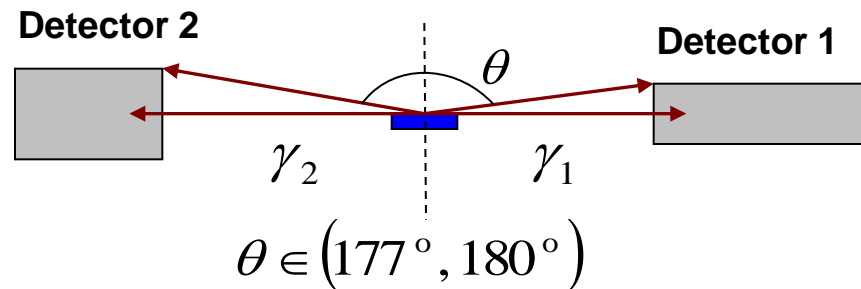
GiPS, W target, $T_+ \leq 16$ MeV



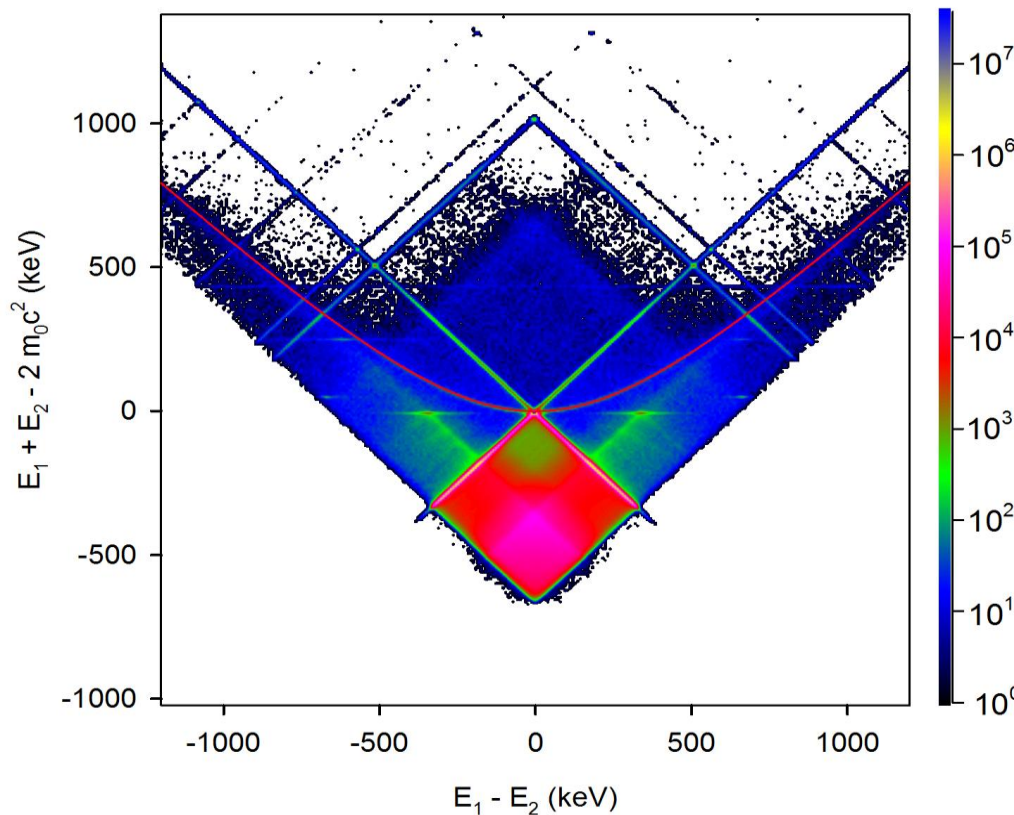
CDB měření anihilace pozitronů v letu

- rychlé pozitrony, spojité spektrum energií

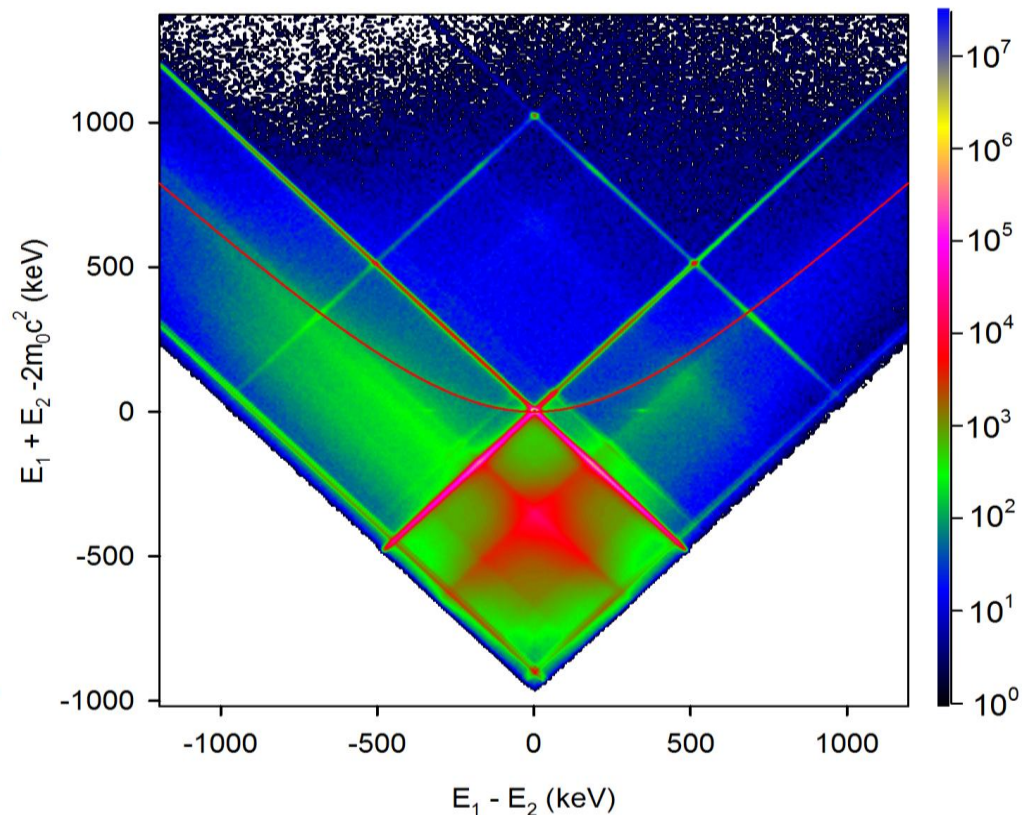
$$E_1 + E_2 - 2m_0c^2 = \sqrt{(E_1 - E_2)^2 + (m_0c^2)^2} - m_0c^2$$



$^{68}\text{Ge}/^{68}\text{Ga}$, Mg target, $T_+ \leq 1897$ keV

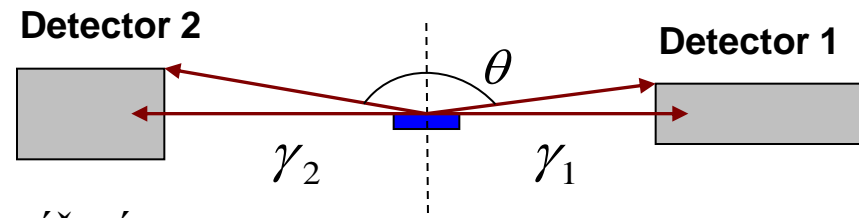


GiPS, W target, $T_+ \leq 16$ MeV

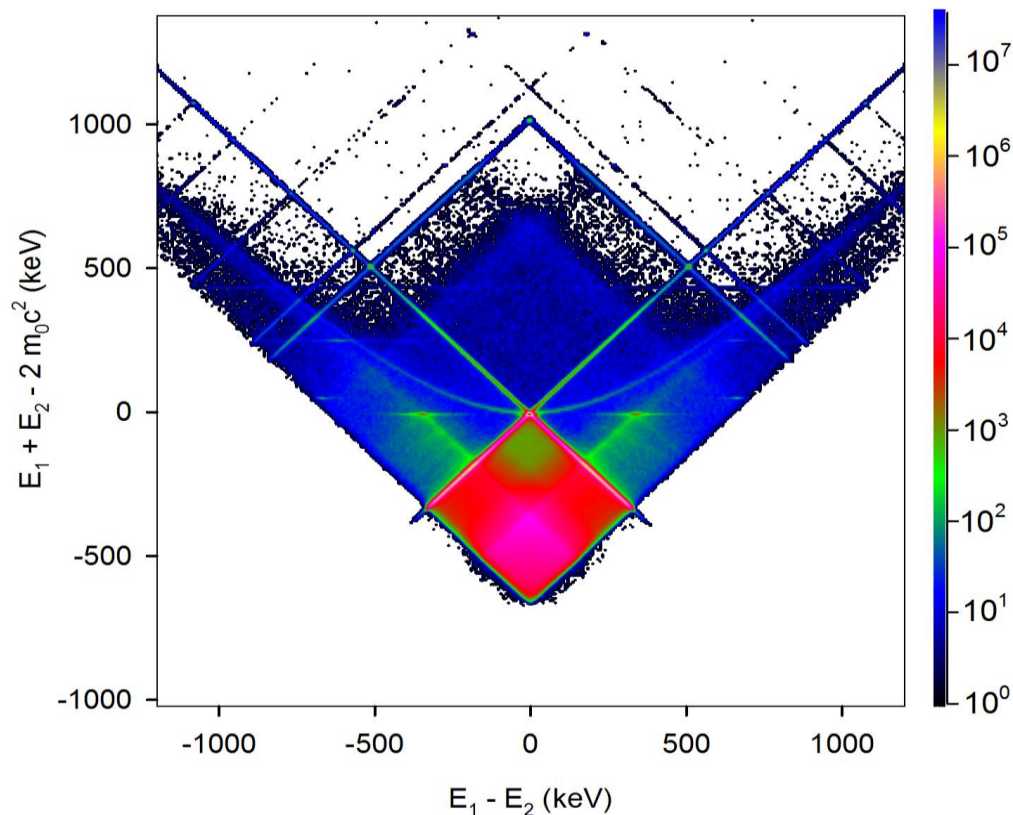


CDB měření anihilace pozitronů v letu

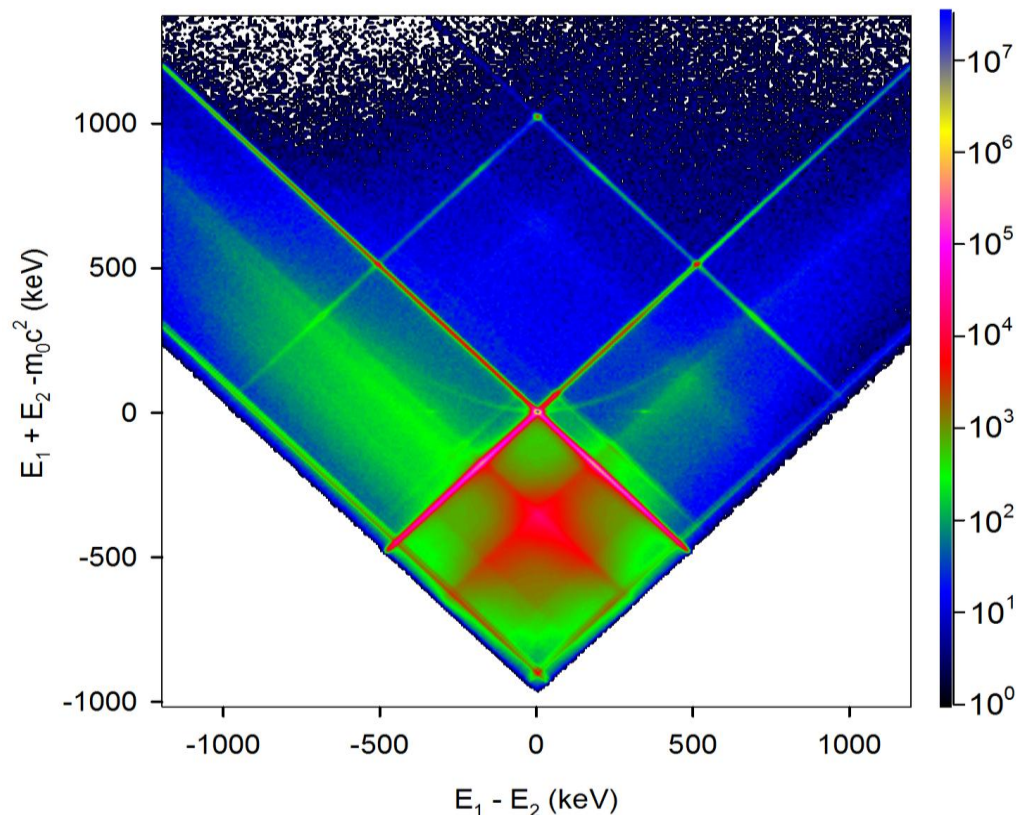
- rychlé pozitrony, spojité spektrum energií
- vyšší kinematický cut-off
- GiPS: vyšší pozadí kvůli Comptonově rozptylu brzděného záření



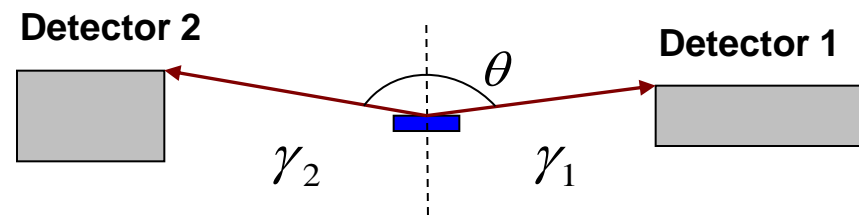
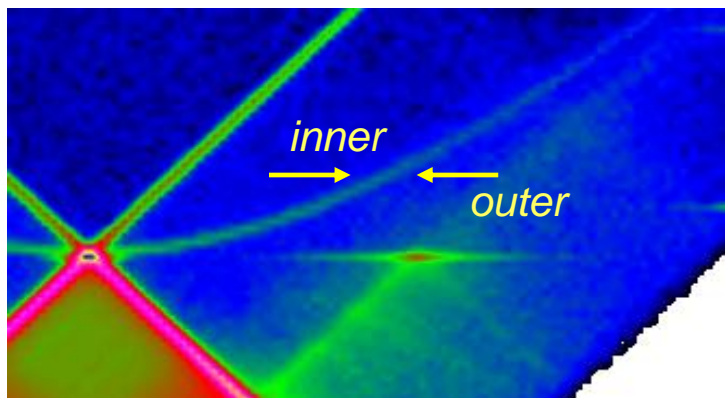
$^{68}\text{Ge}/^{68}\text{Ga}$, Mg target, $T_+ \leq 1897$ keV



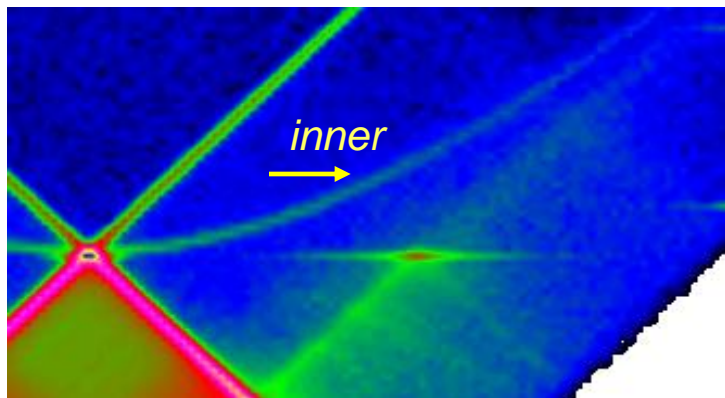
GiPS, W target, $T_+ \leq 16$ MeV



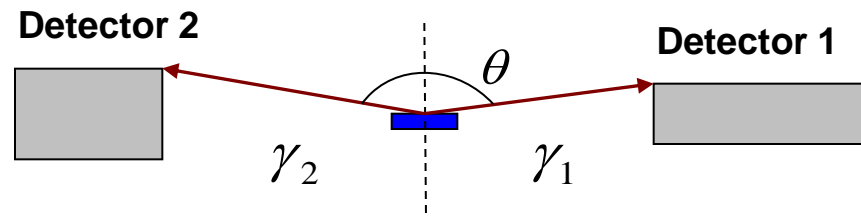
CDB měření anihilace pozitronů v letu – rychlé pozitrony



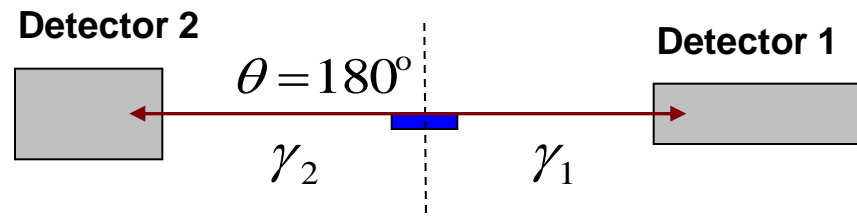
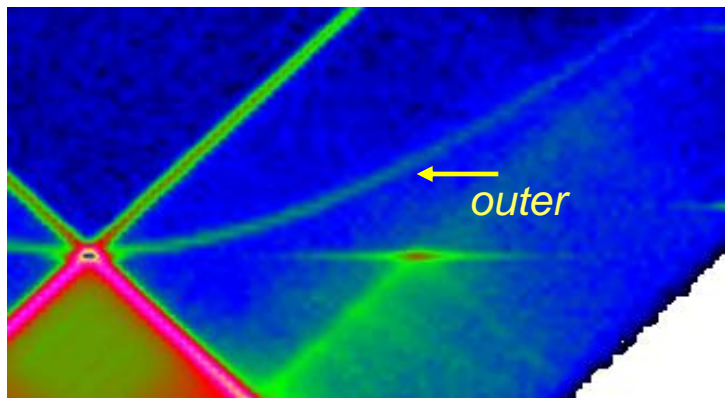
CDB měření anihilace pozitronů v letu – rychlé pozitrony



- ‘vnitřní hrana’ → konečný rozměr detektoru



CDB měření anihilace pozitronů v letu – rychlé pozitrony

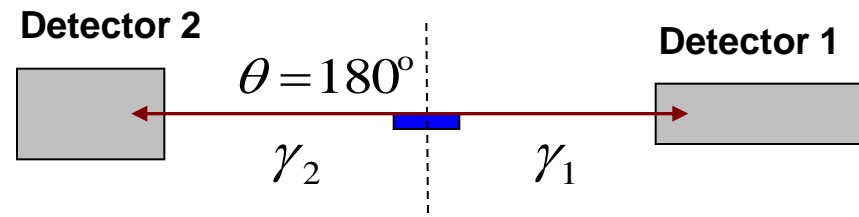
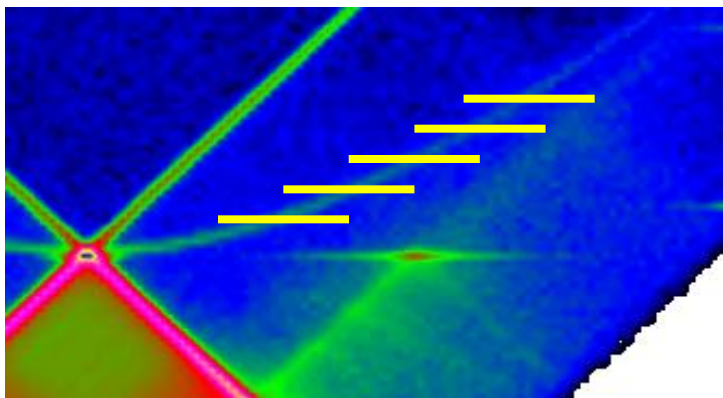


- ‘vnitřní hrana’ → konečný rozměr detektoru
- ‘vnější hrana’ → maximální Dopplerův posuv (fyzikální efekt)
- anihilace v klidu: převážně s valenčními elektrony s nízkou hybností
- anihilace v letu: se všemi elektrony se stejnou pravděpodobností

↓
větší Dopplerovské rozšíření → spektroskopie core e⁻

A.W. Hunt et al., Phys. Rev. Lett. 86, 5612 (2001)

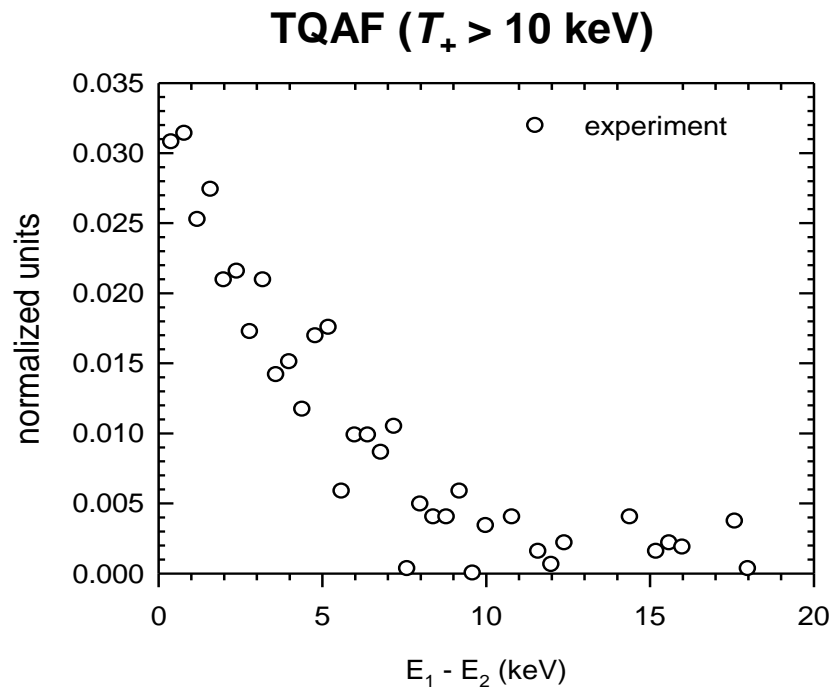
CDB měření anihilace pozitronů v letu – rychlé pozitrony



- ‘vnitřní hrana’ → konečný rozměr detektoru
- ‘vnější hrana’ → maximální Dopplerův posuv (fyzikální efekt)
- Dopplerovské rozšíření vnější hrany:
 - akumulované vertikální řezy podél TQAF křivky

CDB měření anihilace pozitronů v letu – rychlé pozitrony

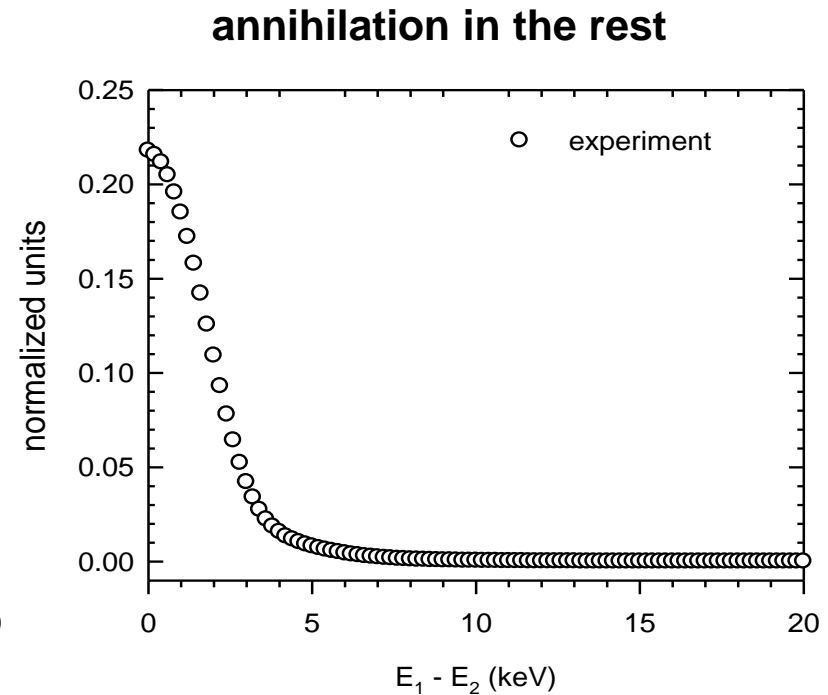
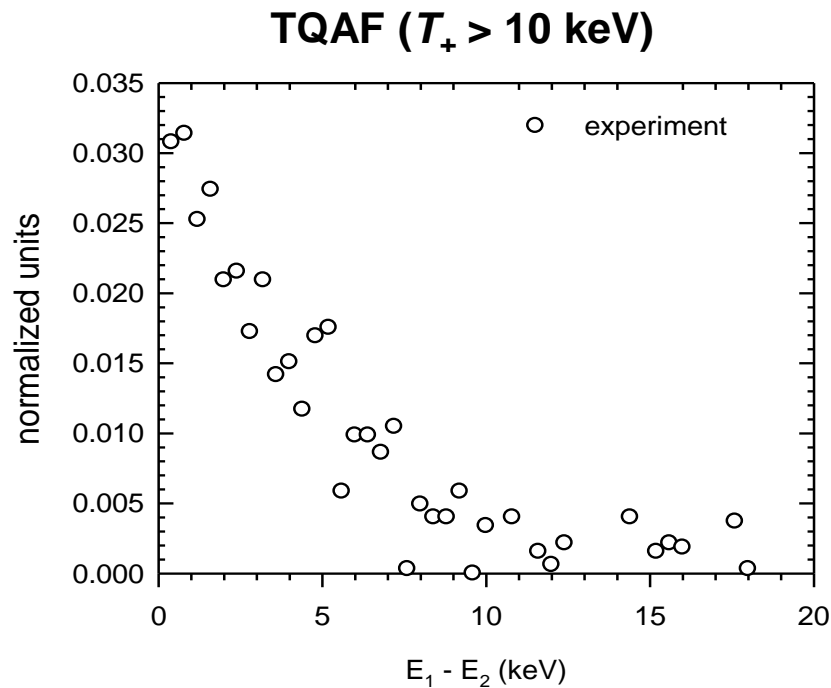
- rychlé pozitrony: $^{68}\text{Ge}/^{68}\text{Ga}$ pozitronový generátor
- objemový Mg terčik (tloušťka 10 mm)
- Dopplerovské rozšíření způsobené anihilací s core e^-



annihilation in the rest

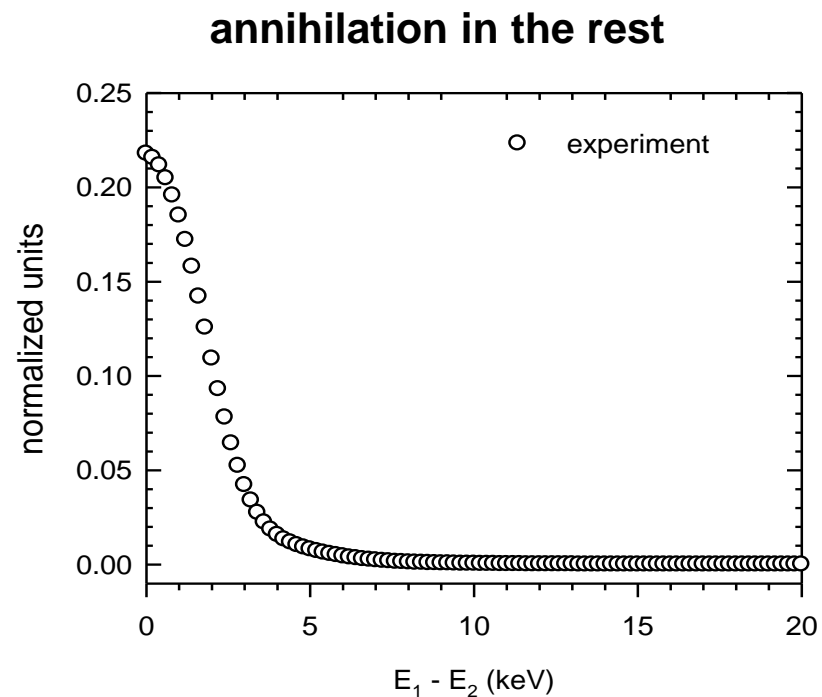
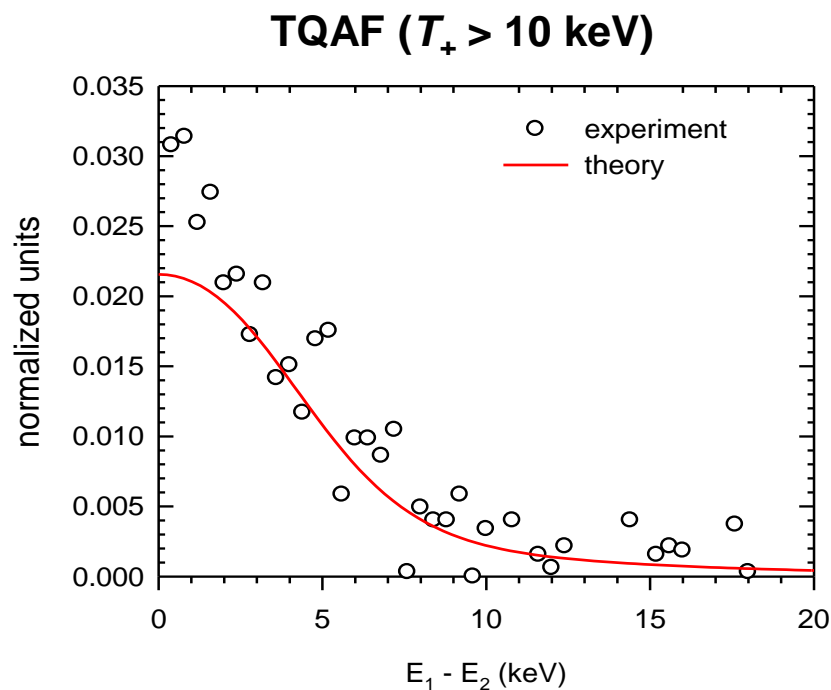
CDB měření anihilace pozitronů v letu – rychlé pozitrony

- rychlé pozitrony: $^{68}\text{Ge}/^{68}\text{Ga}$ pozitronový generátor
- objemový Mg terčik (tloušťka 10 mm)
- Dopplerovské rozšíření způsobené anihilací s core e^-



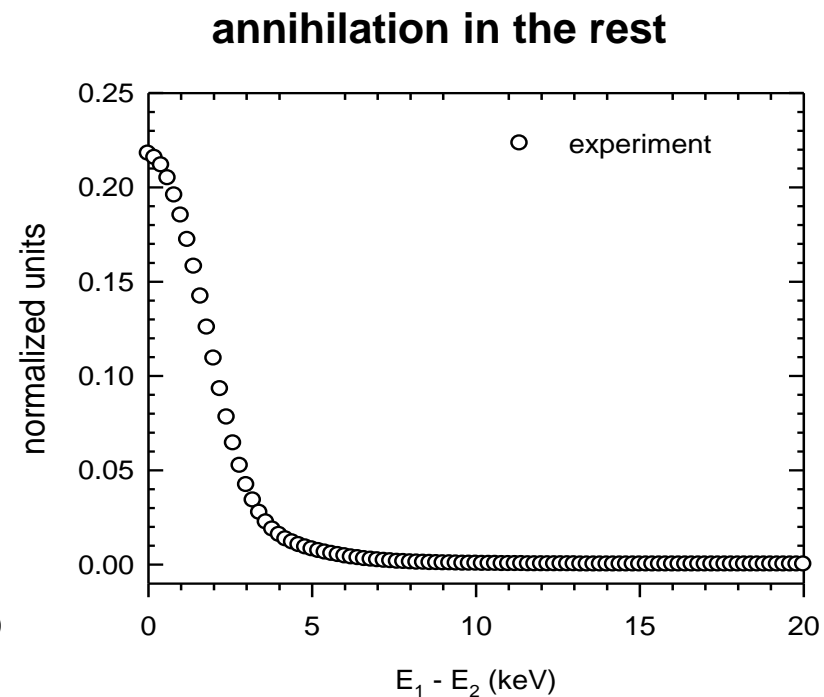
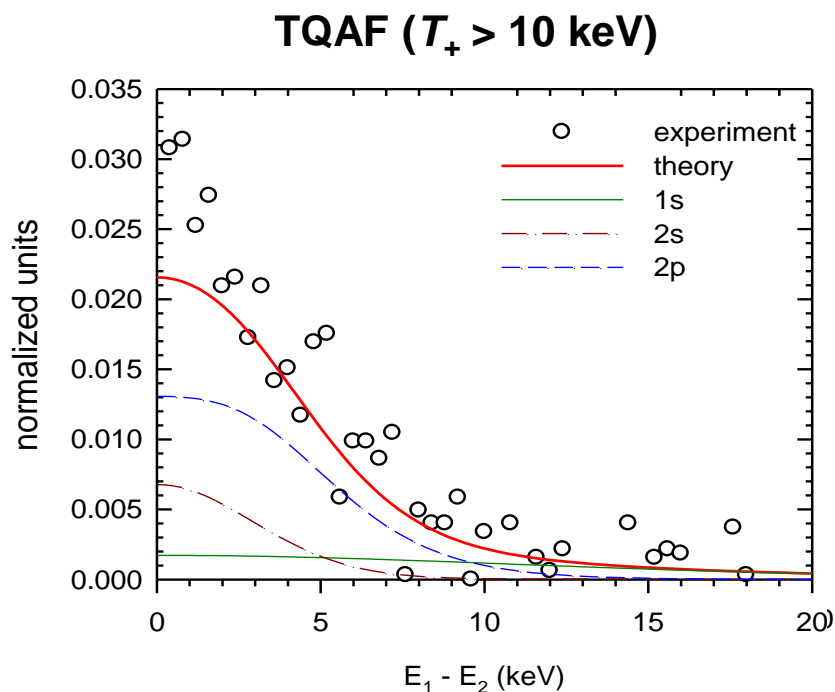
CDB měření anihilace pozitronů v letu – rychlé pozitrony

- rychlé pozitrony: $^{68}\text{Ge}/^{68}\text{Ga}$ pozitronový generátor
- objemový Mg terčik (tloušťka 10 mm)
- Dopplerovské rozšíření způsobené anihilací s core e^-
- Mg: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$
core e^-



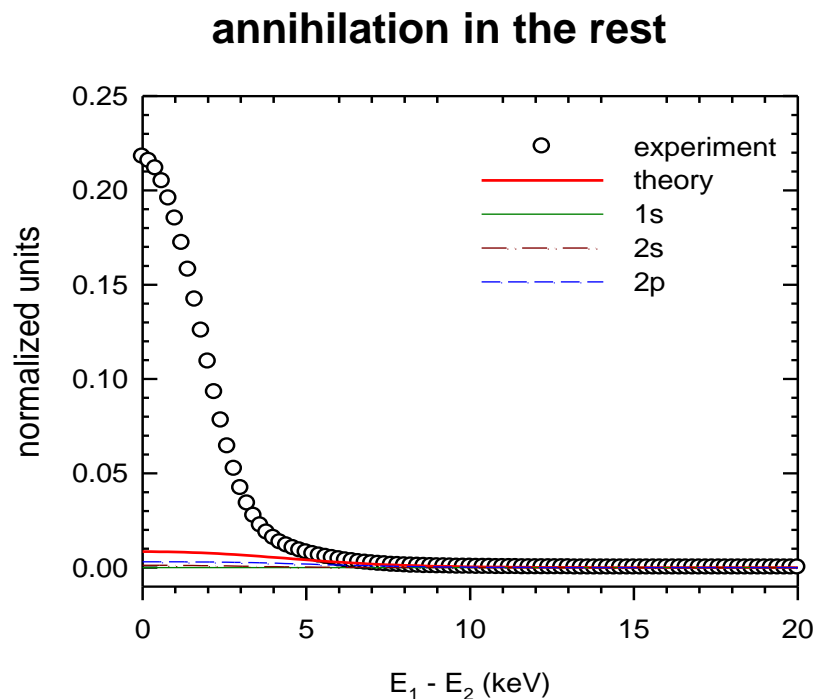
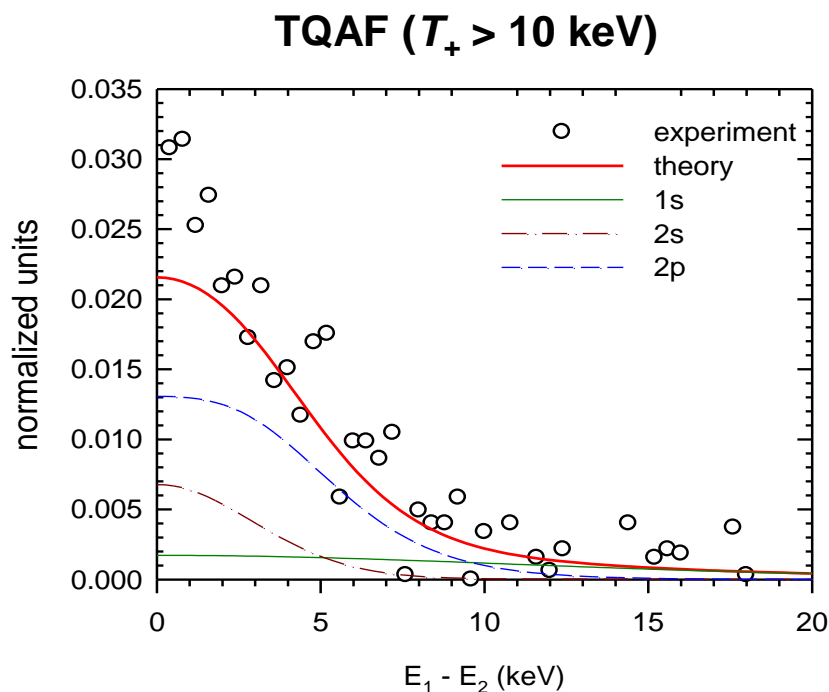
CDB měření anihilace pozitronů v letu – rychlé pozitrony

- rychlé pozitrony: $^{68}\text{Ge}/^{68}\text{Ga}$ pozitronový generátor
- objemový Mg terčik (tloušťka 10 mm)
- Dopplerovské rozšíření způsobené anihilací s core e^-
- Mg: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{core } e^-}$



CDB měření anihilace pozitronů v letu – rychlé pozitrony

- rychlé pozitrony: $^{68}\text{Ge}/^{68}\text{Ga}$ pozitronový generátor
- objemový Mg terčik (tloušťka 10 mm)
- Dopplerovské rozšíření způsobené anihilací s core e^-
- Mg: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$
core e^-



CDB měření anihilace pozitronů v letu – rychlé pozitrony

- rychlé pozitrony: $^{68}\text{Ge}/^{68}\text{Ga}$ pozitronový generátor
- objemový Mg terčik (tloušťka 10 mm)
- Dopplerovské rozšíření způsobené anihilací s core e^-
- Mg: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$
core e^-

