

Pohyb planet



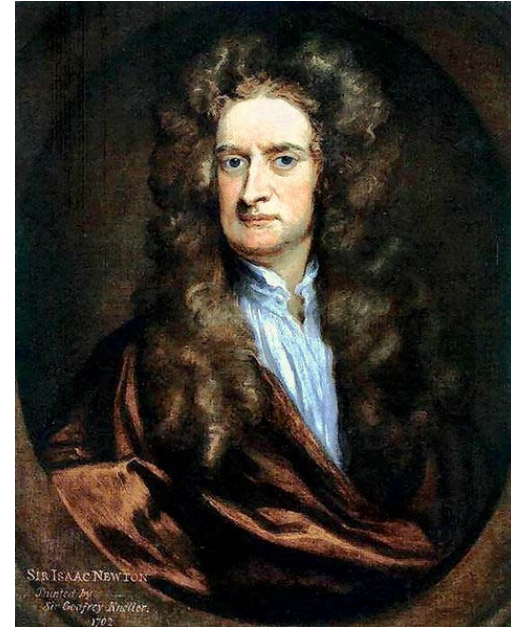
Pohyb planet



Tycho Brahe

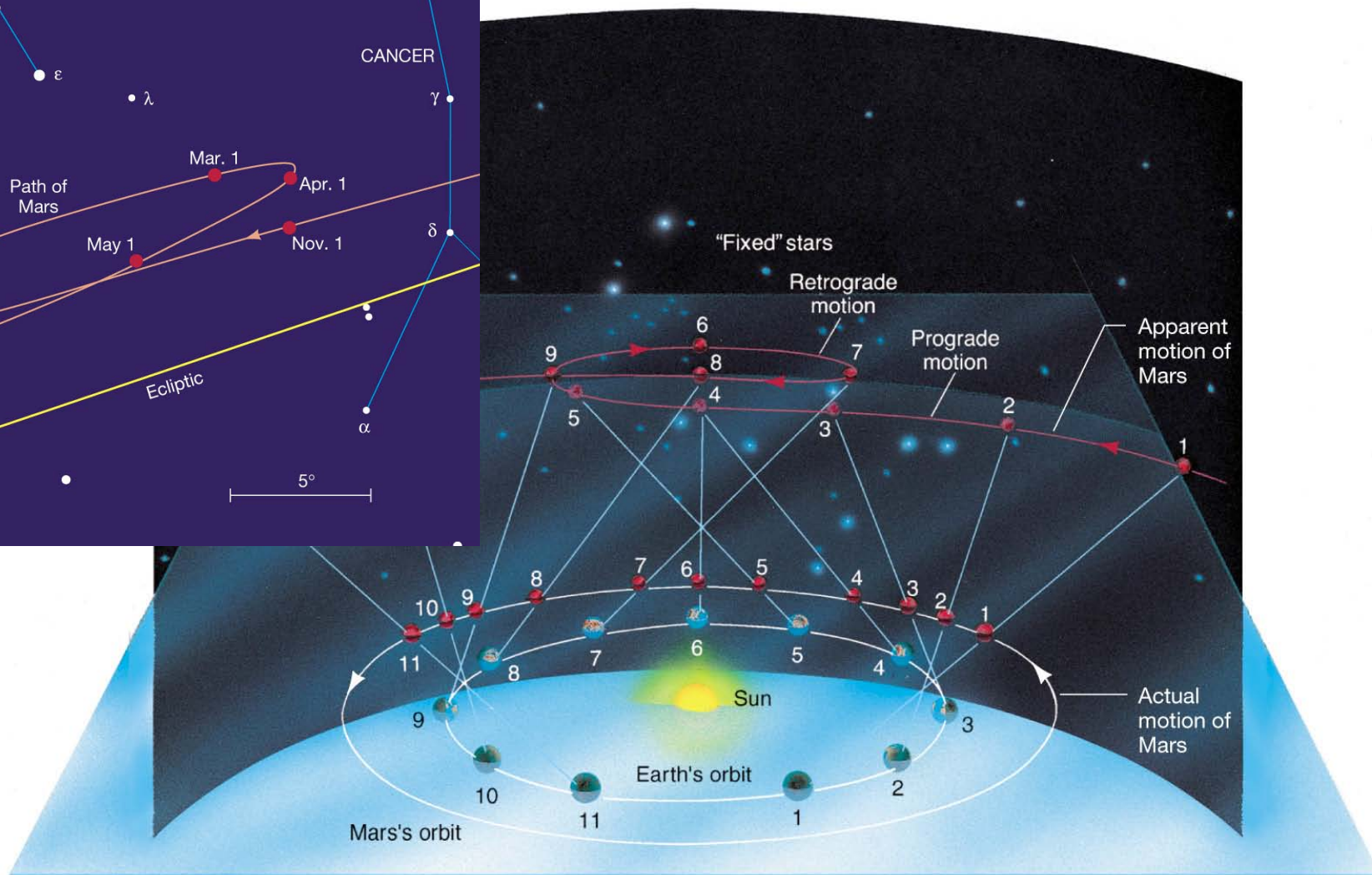
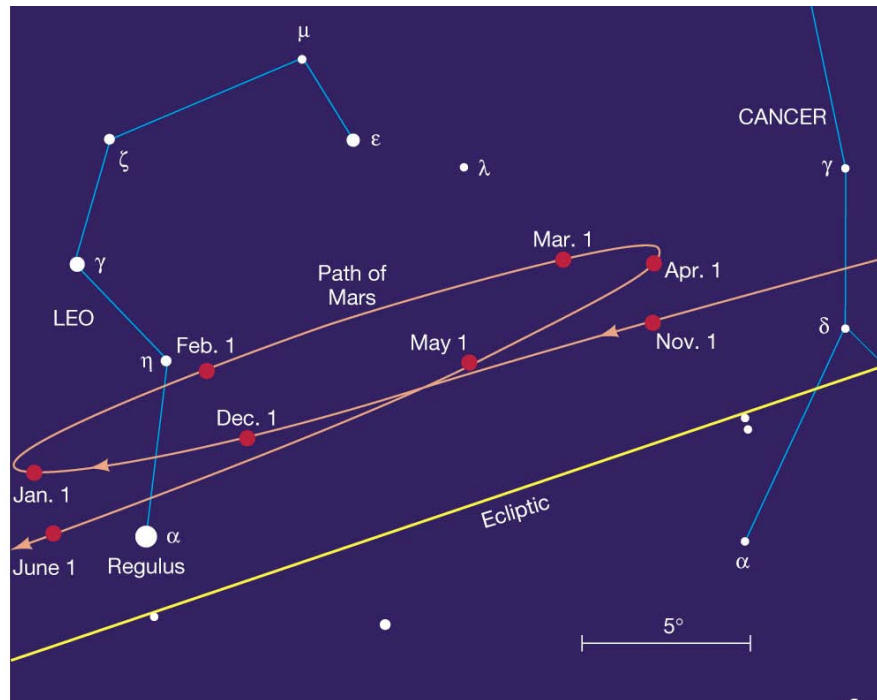


Johannes Kepler



Isaac Newton

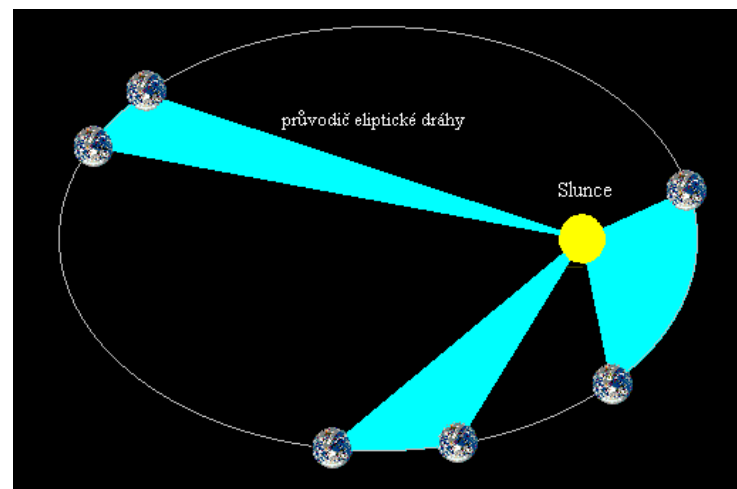
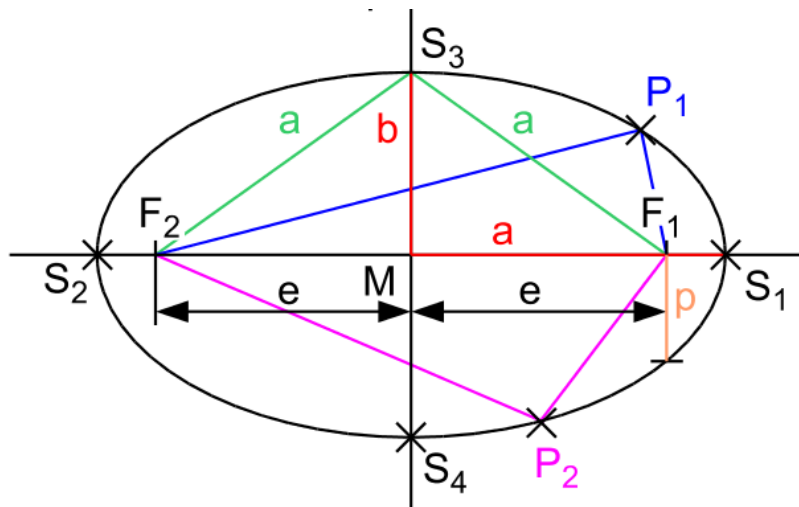
Keplerovy zákony



Keplerovy zákony

1. Planety se pohybují okolo Slunce po elipsách, v jejichž jednom ohnisku je Slunce

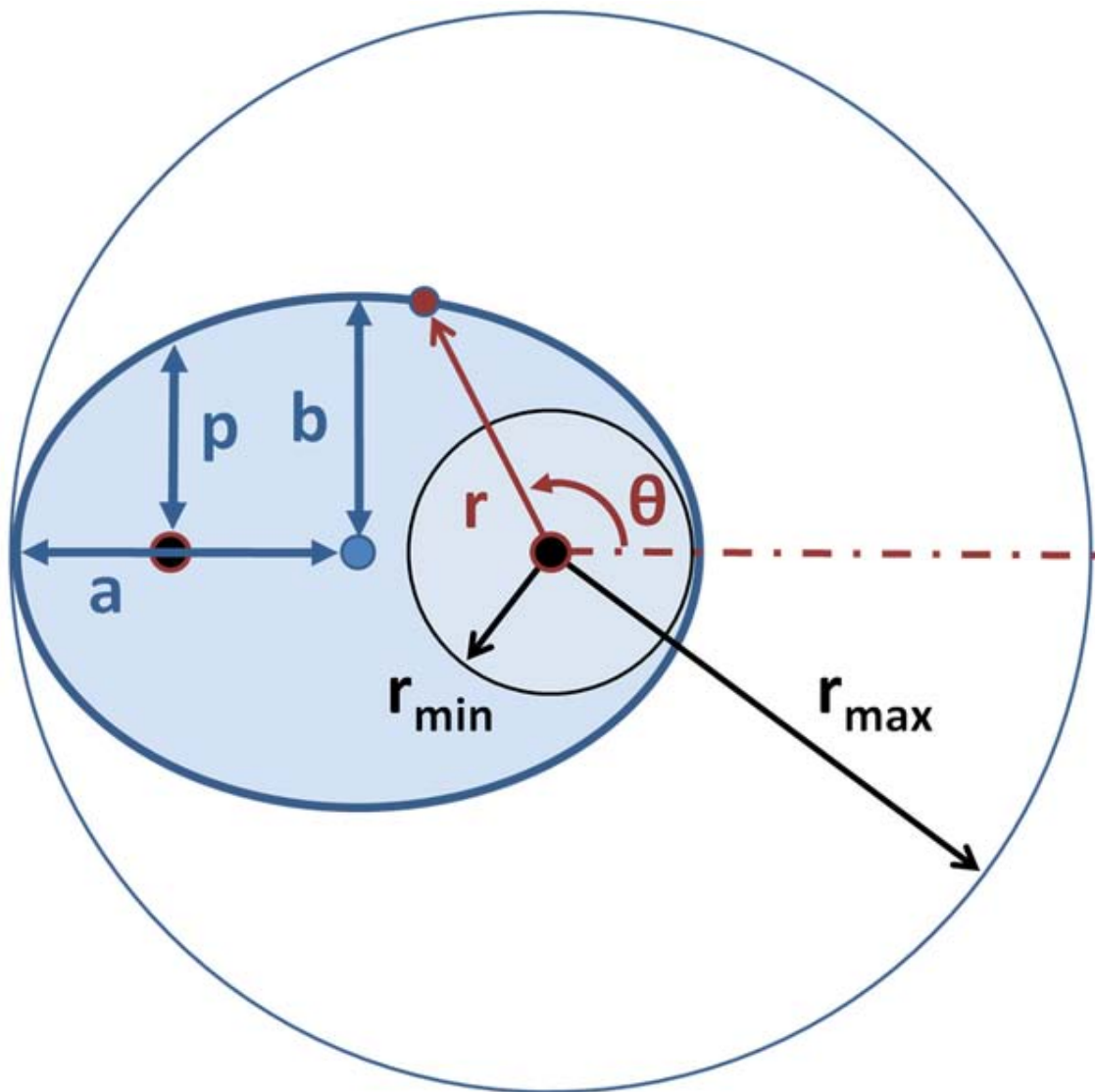
2. Plochy opsané průvodičem planety (spojnicí planety a Slunce) za stejný čas jsou stejné



3. Poměr druhých mocnin oběžných dob je roven poměru třetích mocnin hlavní poloosy

$$T \propto a^{\frac{3}{2}}$$

Elipsa



rovnice elipsy:

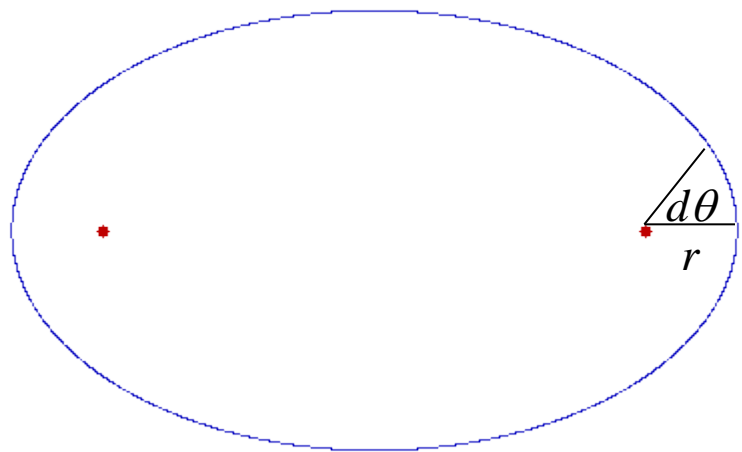
kartézské souřadnice:

$$x = a \cos \omega t$$

$$y = b \sin \omega t$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

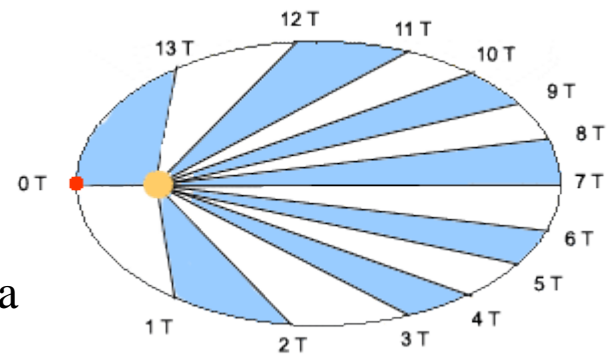
2. Keplerův zákon



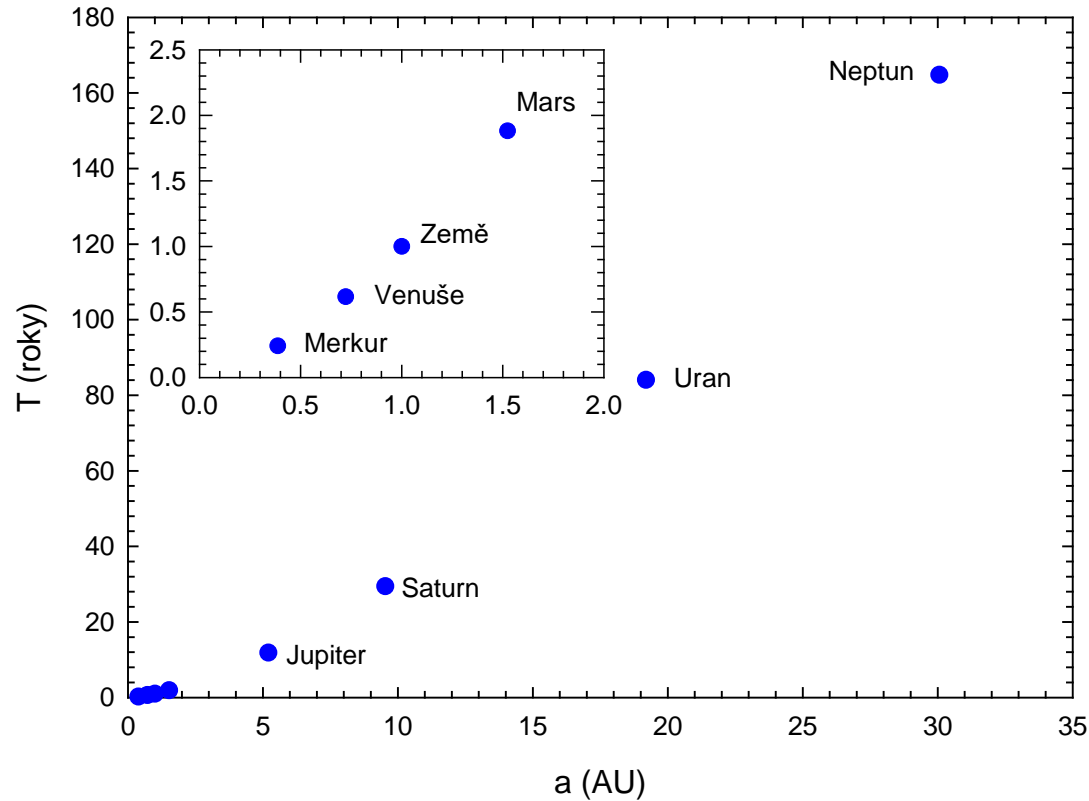
vzdálenost od ohniska

$$dS = \frac{1}{2} r^2 d\theta$$

$$\frac{dS}{dt} = \text{konst.} \quad \text{plošná rychlost}$$

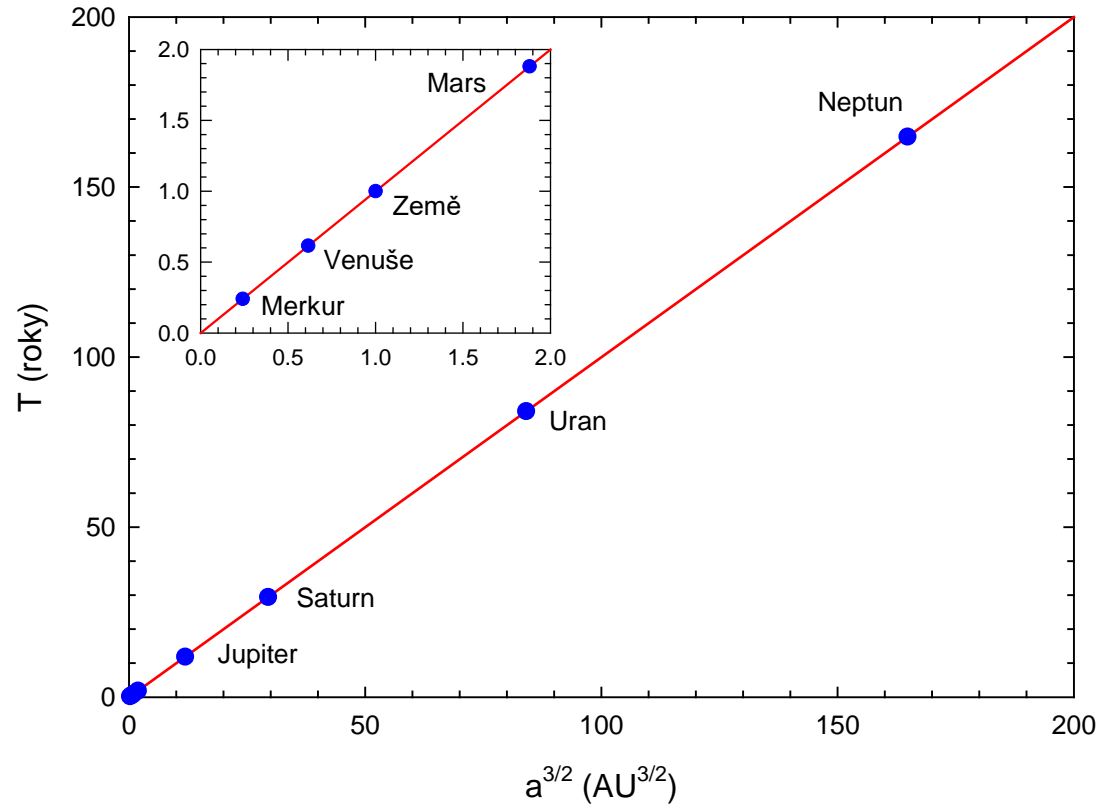


3. Keplerův zákon



Astronomická jednotka:
Střední vzdálenost Země-Slunce
 $1 \text{ AU} = 149.6 \times 10^6 \text{ km}$

3. Keplerův zákon



$$T [\text{rok}] = (a [\text{AU}])^{3/2}$$

Astronomická jednotka:
Střední vzdálenost Země-Slunce
 $1 \text{ AU} = 149.6 \times 10^6 \text{ km}$

Keplerova úloha

trajektorie Země

jednotky:

hmotnost: $M_Z = 5.97 \times 10^{24}$ kg

čas: 1 rok = 3.1536×10^7 s

vzdálenost: 1 AU = 149.6×10^6 km

gravitační konstanta $G = 1.18 \times 10^{-4} M_Z^{-1} \text{AU}^3 \text{rok}^{-2}$

hmotnost Slunce: $M_S = 1.99 \times 10^{30}$ kg = $3.33 \times 10^5 M_Z$

pohybové rovnice: počáteční podmínky:

$$a_x = -G \frac{M_S}{r^3} x \quad v_x(0) = 0$$

$$v_y(0) = 6.1662 \text{ AU/rok}$$

$$a_y = -G \frac{M_S}{r^3} y \quad x(0) = 1.0167 \text{ AU (afélium)}$$

$$y(0) = 0$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

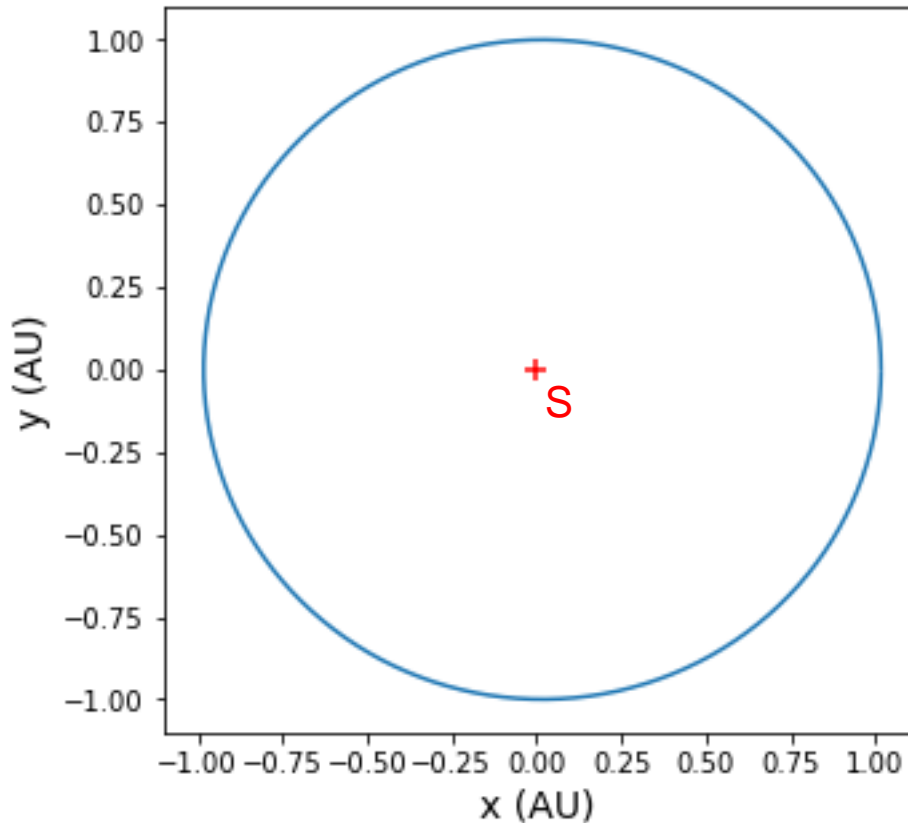
```
Mz=1.0 #hmotnost Zeme
Ms=333166.0 #hmotnost Slunce (v jednotkach Mz)
G=1.18e-4 #gravitacni konstanta (Mz-1AU3rok-2)
T=1.0 #doba obehu (1 rok)
v0=6.1662 #pocatecni rychlost (AU/rok)
dt=T/10000 #casovy krok

#pocatecni podminky
x[0]=1.0167 #zaciname v afeliu
y[0]=0.0
r[0]=np.sqrt(x[0]**2+y[0]**2)
vx[0]=-G*Ms/r[0]**3*x[0]*dt/2
vy[0]=v0-G*Ms/r[0]**3*y[0]*dt/2
v[0]=np.sqrt(vx[0]**2+vy[0]**2)
vp[0]=0.5*r[0]*v[0]
rmin=x[0]
rmax=0

#numericke reseni pohybove rovnice
for i in range(np.size(t)-1):
    x[i+1]=x[i]+vx[i]*dt
    y[i+1]=y[i]+vy[i]*dt
    r[i+1]=np.sqrt(x[i+1]**2+y[i+1]**2)
    vx[i+1]=vx[i]-G*Ms/r[i+1]**3*x[i+1]*dt
    vy[i+1]=vy[i]-G*Ms/r[i+1]**3*y[i+1]*dt
    v[i+1]=np.sqrt(vx[i+1]**2+vy[i+1]**2)
    vp[i+1]=0.5*(v[i]+v[i+1])/2*r[i+1]
    if r[i+1]<rmin:
        rmin=r[i+1]
    if r[i+1]>rmax:
        rmax=r[i+1]
```

Keplerova úloha

trajektorie Země



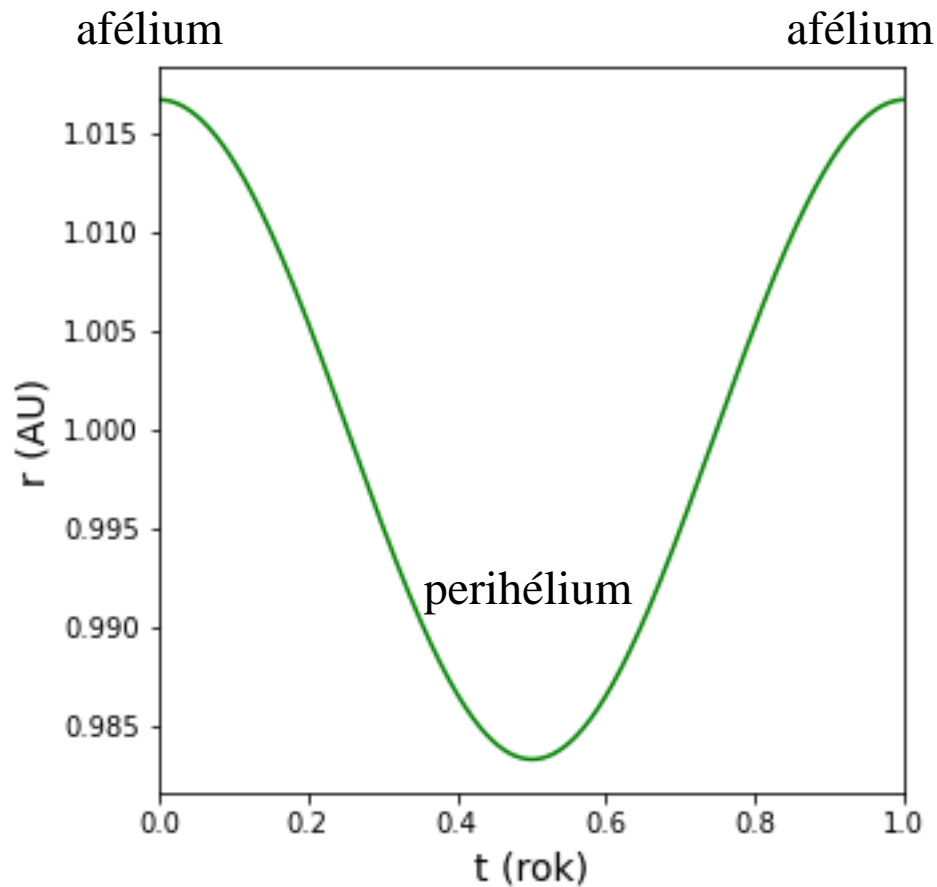
maximální vzdálenost od Slunce
(afélium): 1.0167 AU

minimální vzdálenost od Slunce
(perihelium): 0.9832 AU

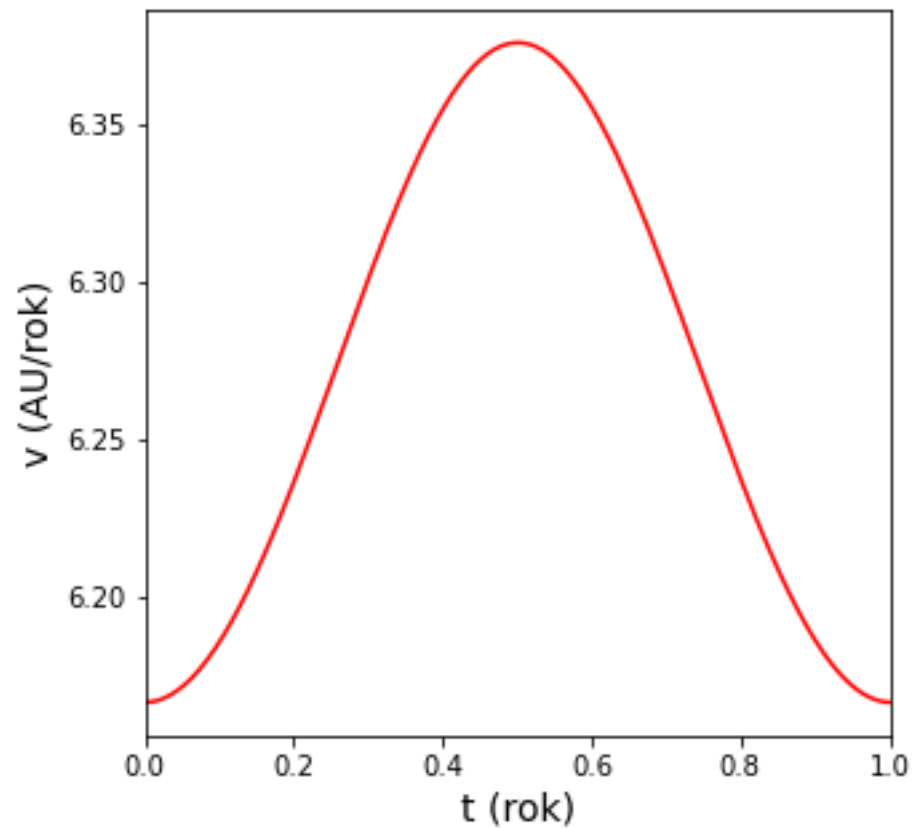
numerická excentricita: 0.0168

Keplerova úloha

vzdálenost Země od Slunce

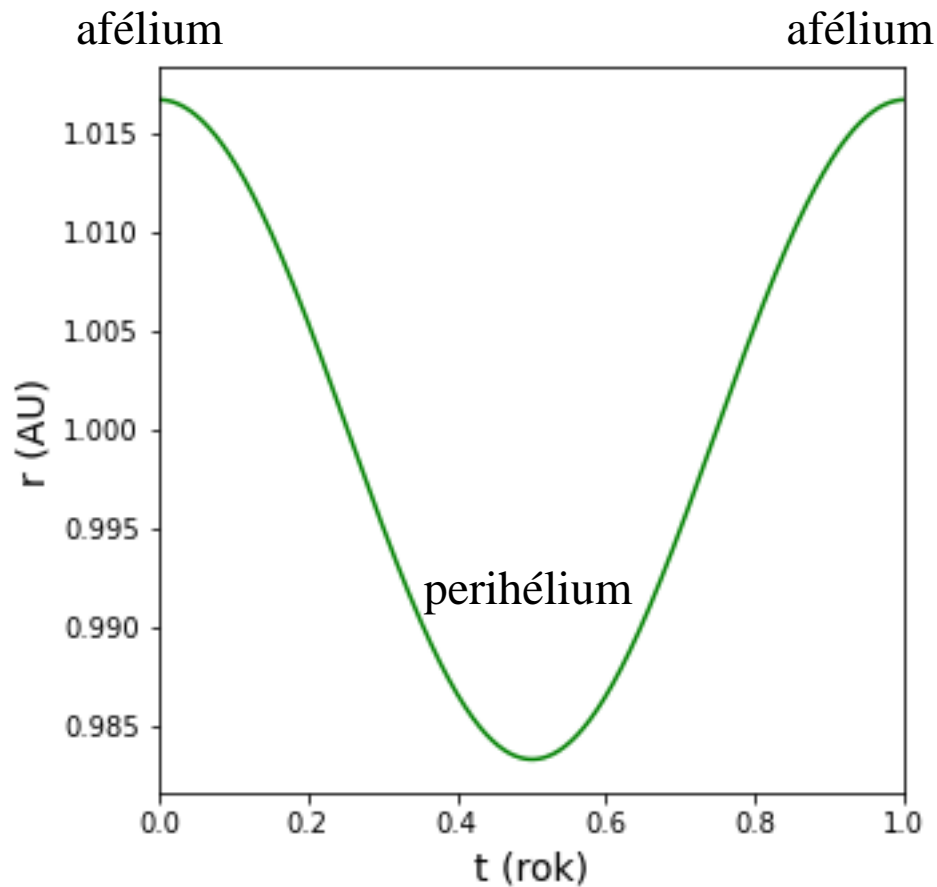


velikost rychlosti Země

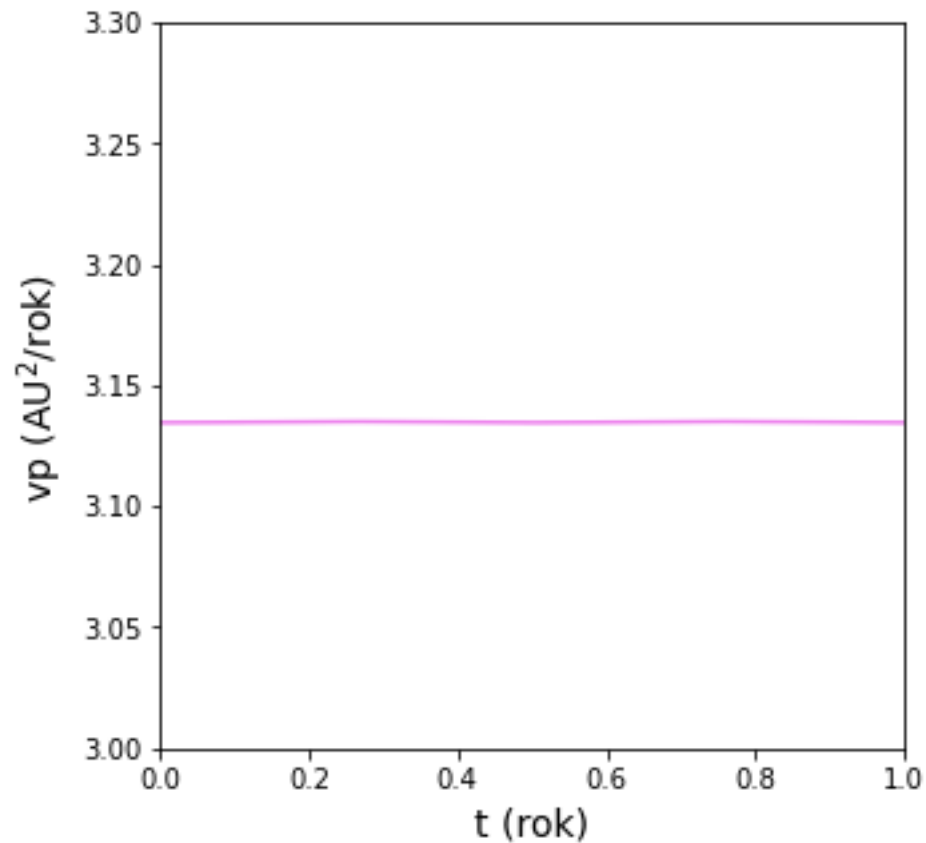


Keplerova úloha

vzdálenost Země od Slunce

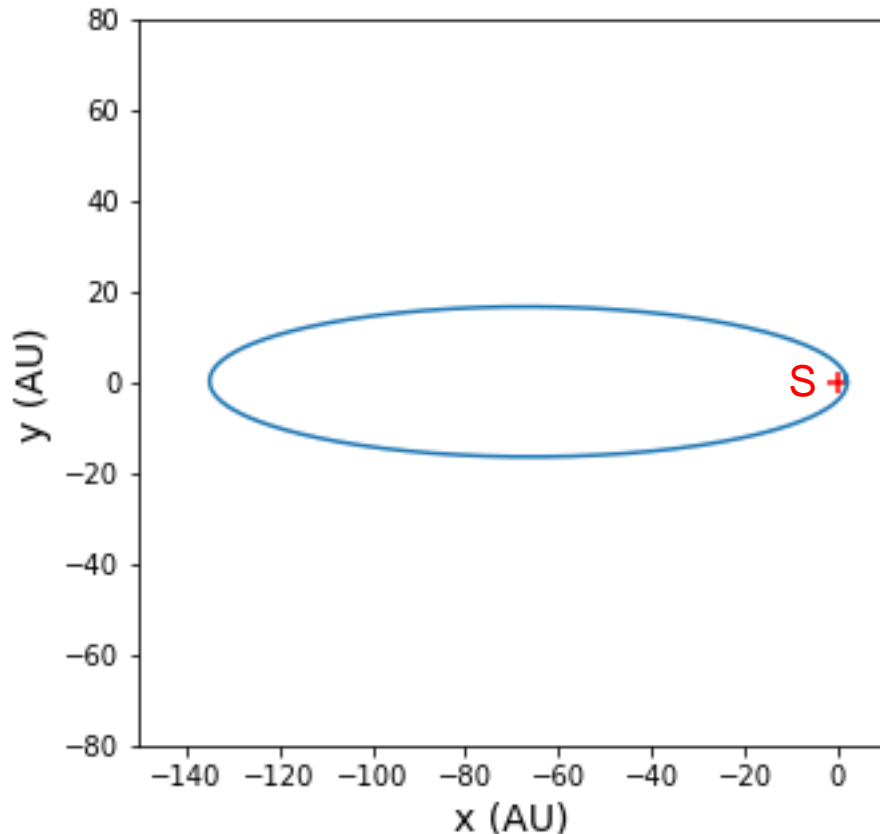


plošná rychlost Země



Keplerova úloha

kdybychom umístili Zemi do dvojnásobné vzdálenosti



maximální vzdálenost od Slunce
(afélium): 134.326 AU

minimální vzdálenost od Slunce
(perihelium): 2.033 AU

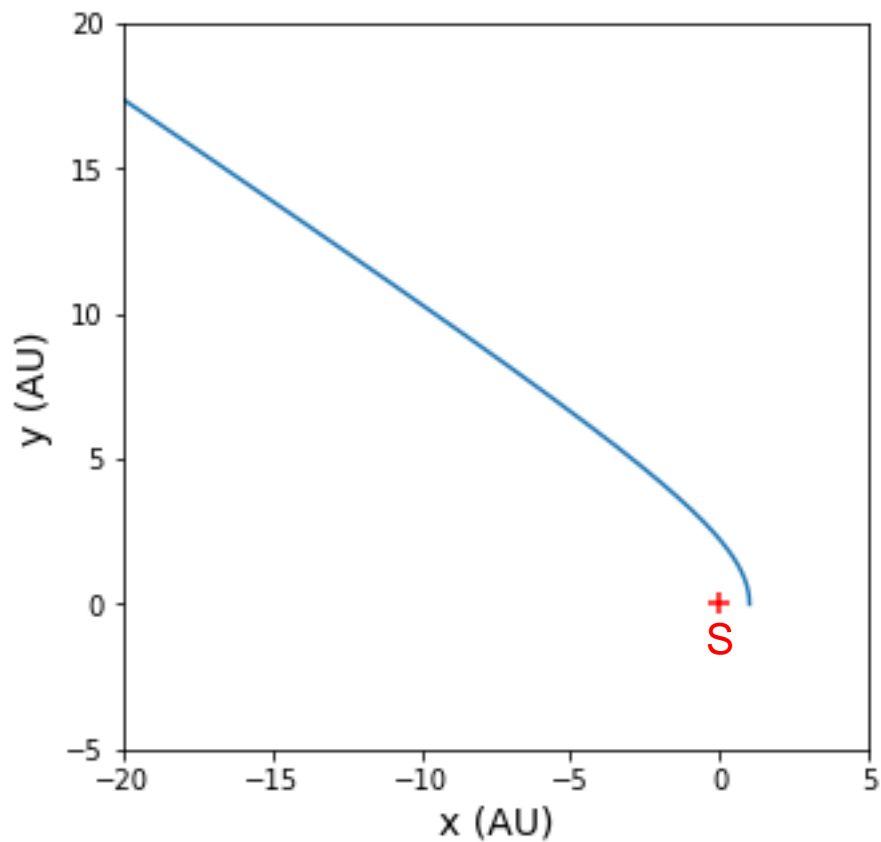
numerická excentricita: 0.970

perioda oběhu: 563 roku

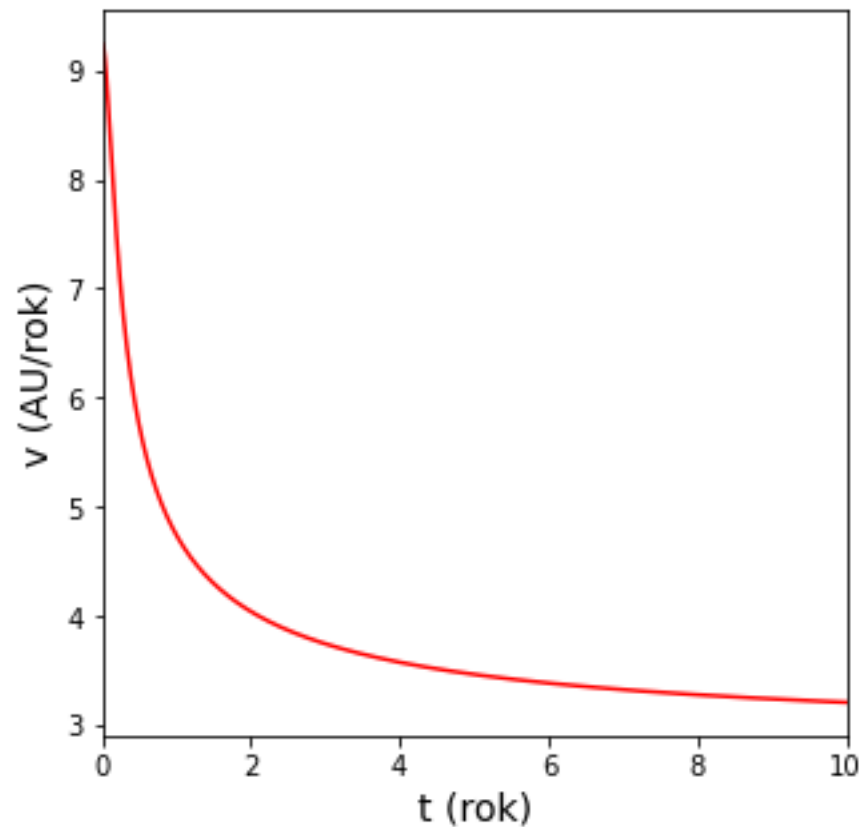
Keplerova úloha

kdybychom zvýšili rychlost Země o 50%: $v_y(0) \text{ 6.166 AU/rok} \rightarrow 9.249 \text{ AU/rok}$

trajektorie



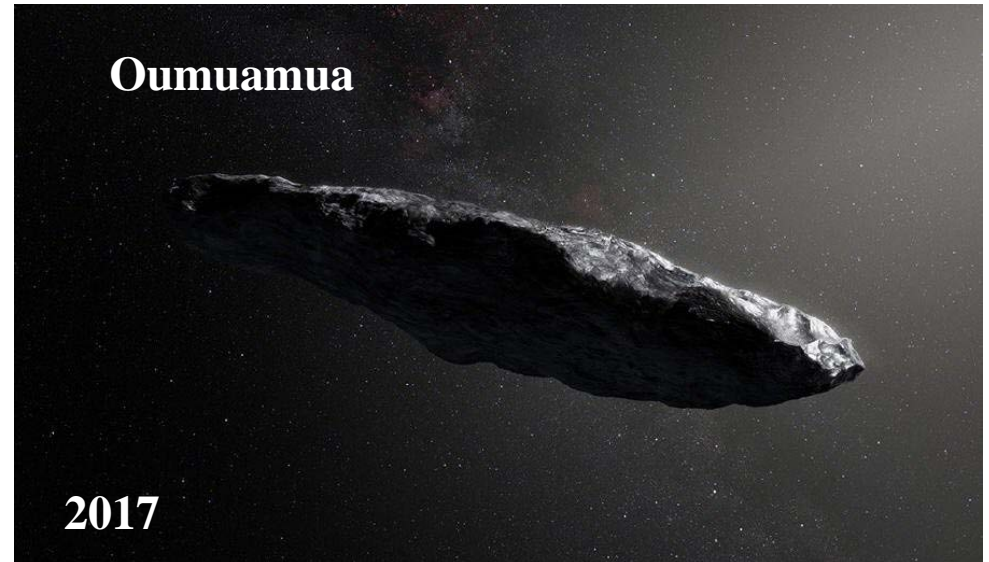
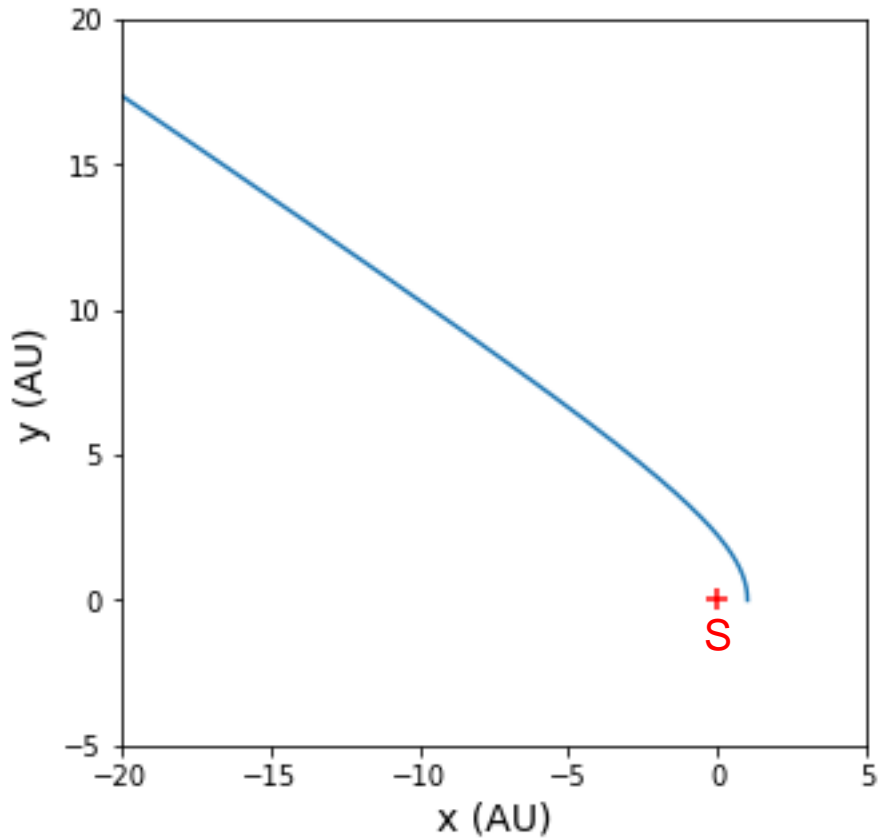
velikost rychlosti



Keplerova úloha

kdybychom zvýšili rychlost Země o 50%: $v_y(0) \text{ 6.166 AU/rok} \rightarrow 9.249 \text{ AU/rok}$

trajektorie



Keplerova úloha

Oumuamua – simulace trajektorie

Jupiter

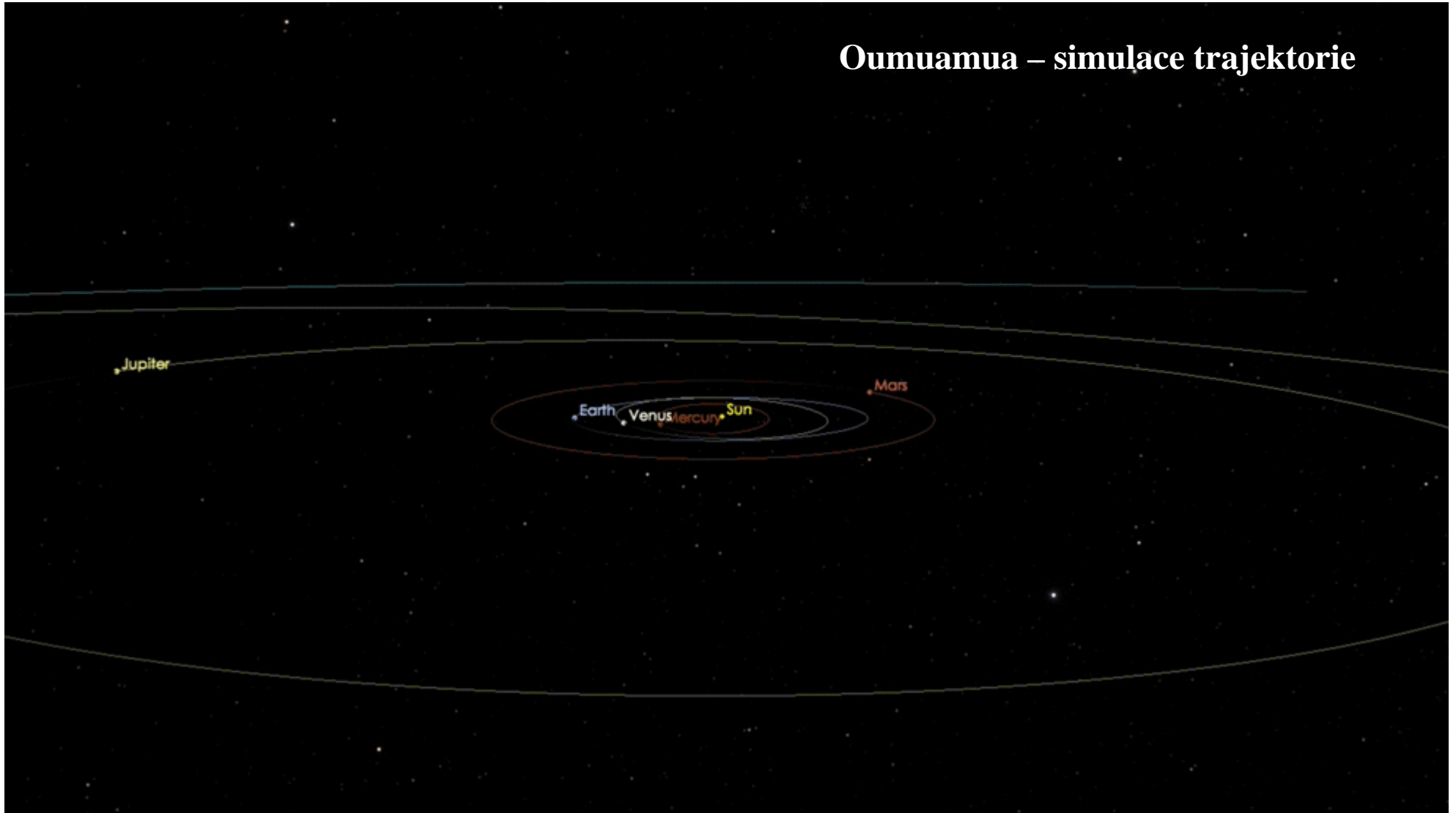
Earth

Venus

Mercury

Sun

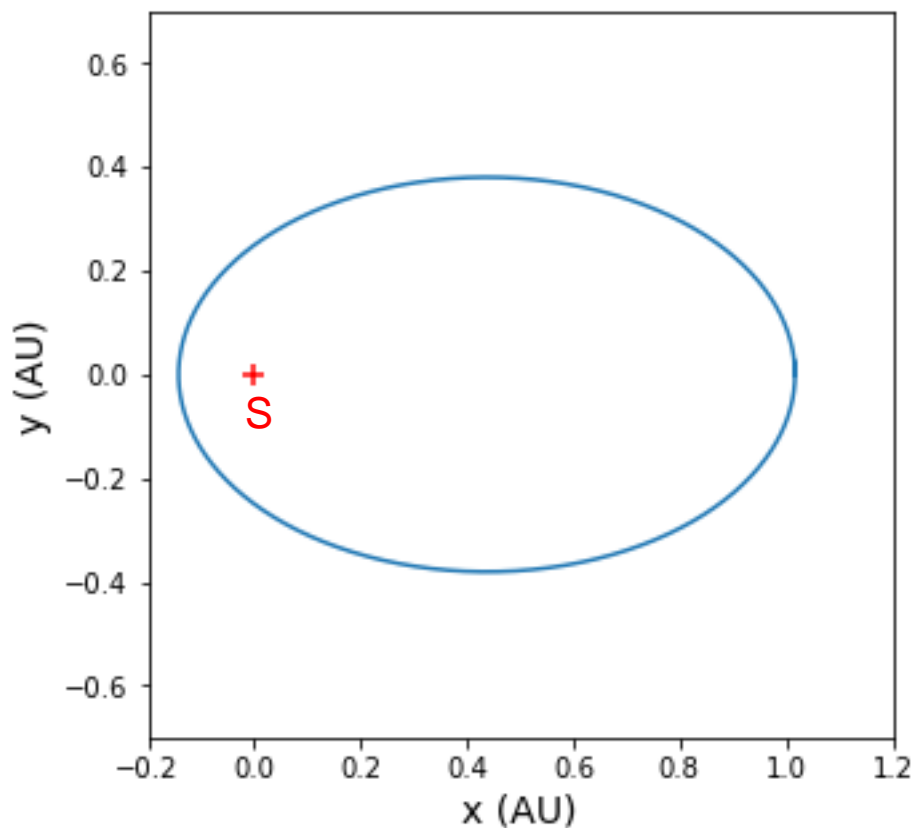
Mars



Keplerova úloha

kdybychom snížili rychlost Země o 50%: $v_y(0)$ 6.166 AU/rok \rightarrow 3.083 AU/rok

trajektorie



rychlost

maximální vzdálenost od Slunce
(afélium): 1.0167 AU

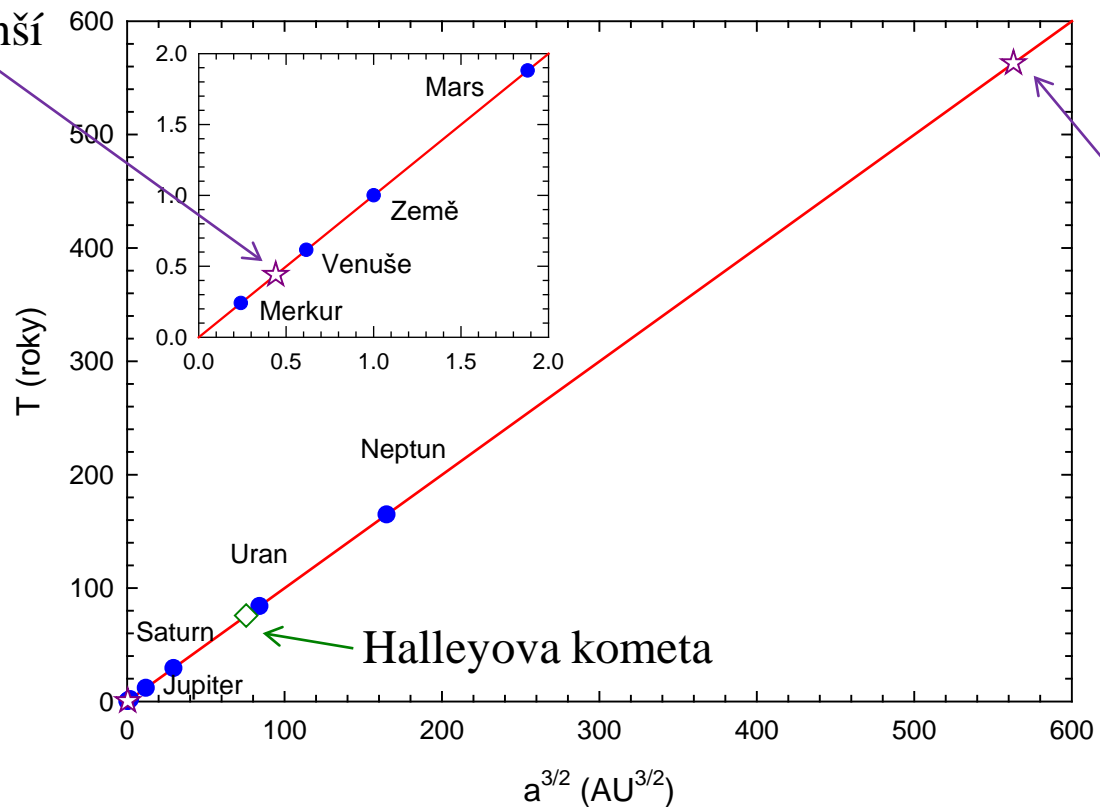
minimální vzdálenost od Slunce
(perihelium): 0.143 AU

numerická excentricita: 0.754

perioda oběhu: 0.441 roku

3. Keplerův zákon

Země
s o 50% menší
rychlostí



Země ve
dvojnásobné
vzdálenosti

Planeta ve vzduchu

$$\vec{F} = \vec{F}_g + \vec{F}_o$$

gravitační síla $\vec{F}_g = -G \frac{M_Z M_S}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$

odporová síla vzduchu $\vec{F}_o = -\frac{1}{2} C_{\rho} S v^2 \frac{\vec{v}}{v}$

$$F_x = -G \frac{M_Z M_S}{r^3} x - \frac{1}{2} C_{\rho} S v v_x$$

$$F_y = -G \frac{M_Z M_S}{r^3} y - \frac{1}{2} C_{\rho} S v v_y$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$a_x = \frac{F_x}{M_Z} \quad a_y = \frac{F_y}{M_Z}$$

pohybové rovnice

$$\ddot{x} = -G \frac{M_S}{r^3} x - \frac{1}{2M_Z} C_{\rho} S v \dot{x}$$

$$\ddot{y} = -G \frac{M_S}{r^3} y - \frac{1}{2M_Z} C_{\rho} S v \dot{y}$$

počáteční podmínky

$$v_x(0) = 0$$

$$v_y(0) = 6.1662 \text{ AU/rok}$$

$$x(0) = 1.0167$$

$$y(0) = 0$$

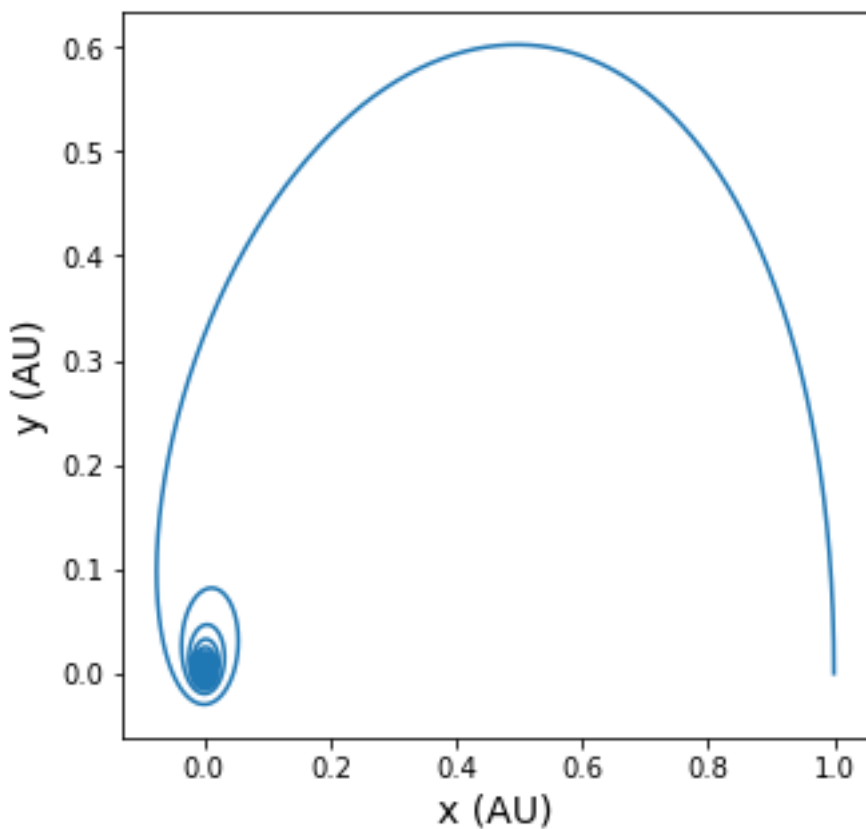
Planeta ve vzduchu

hustota vzduchu $\rho = 5.6 \times 10^8 \text{ M}_Z \text{ AU}^{-3}$

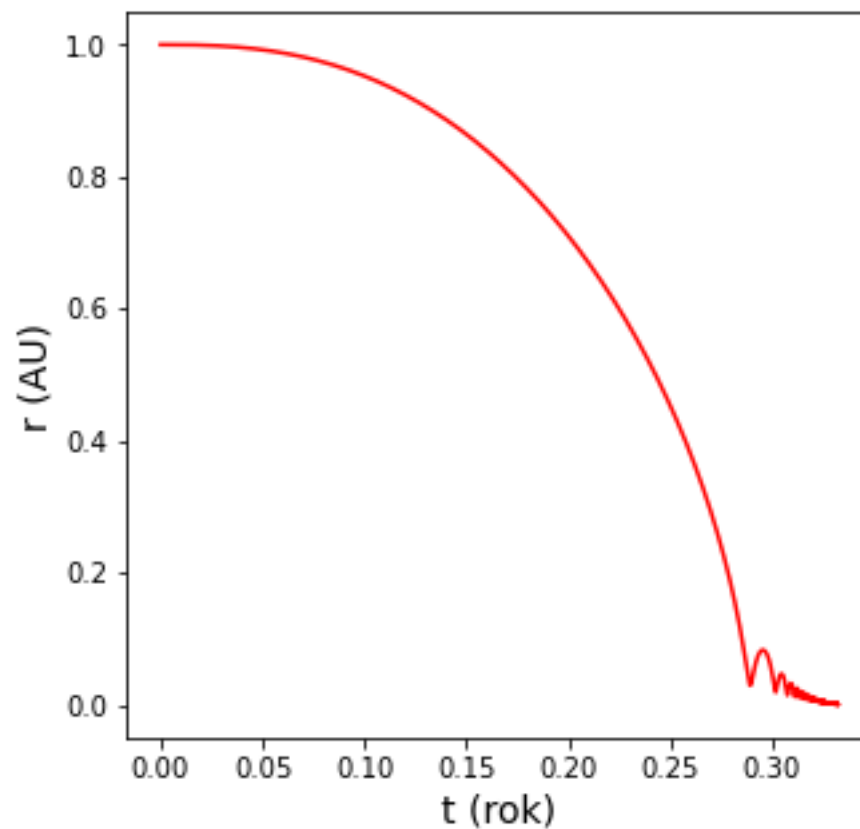
odporový koeficient $C = 0.5$ (koule)

průřez Země $S = 5.7 \times 10^{-9} \text{ AU}^2$

trajektorie



vzdálenost od Slunce

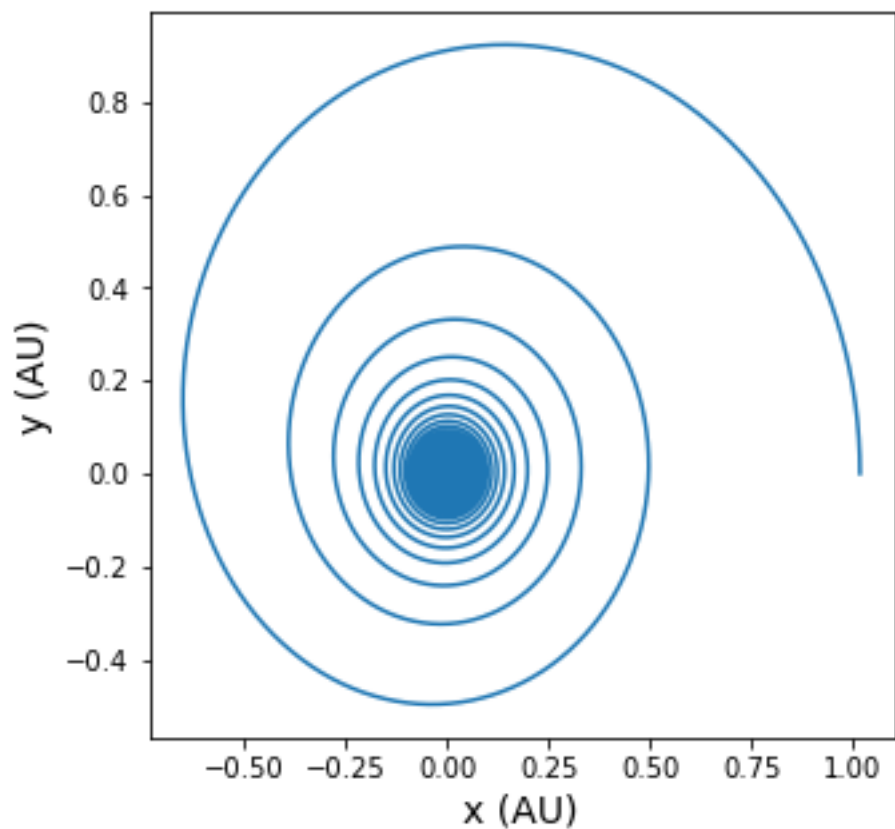


Planeta ve vzduchu

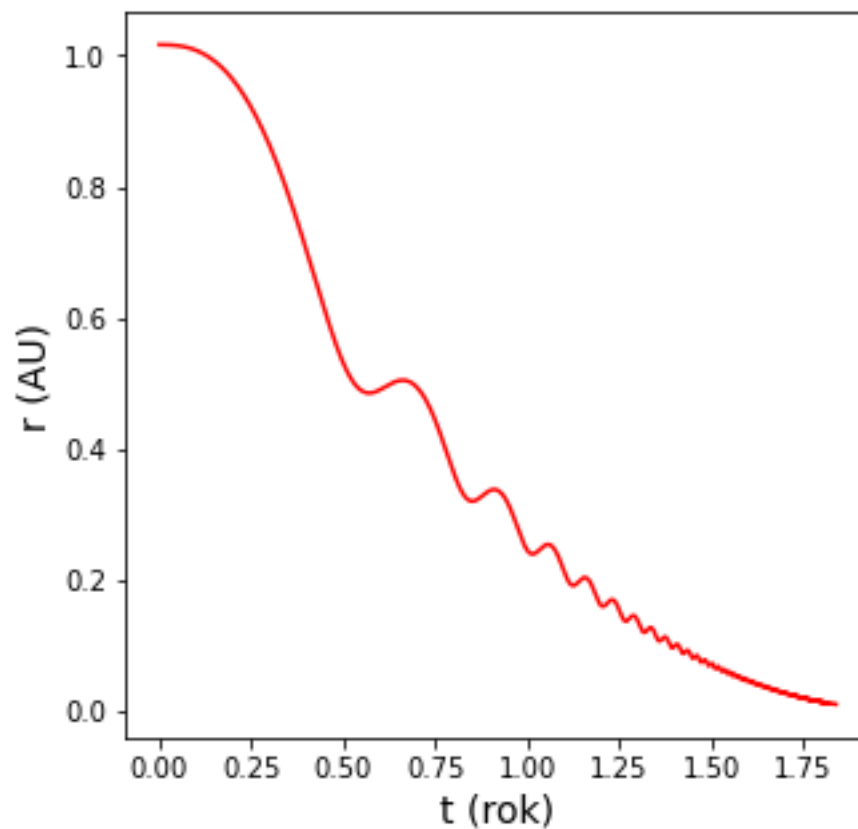
10-krát nižší hustota vzduchu: $\rho = 5.6 \times 10^7 M_Z \text{ AU}^{-3}$ odporový koeficient $C = 0.5$ (koule)

průřez Země $S = 5.7 \times 10^{-9} \text{ AU}^2$

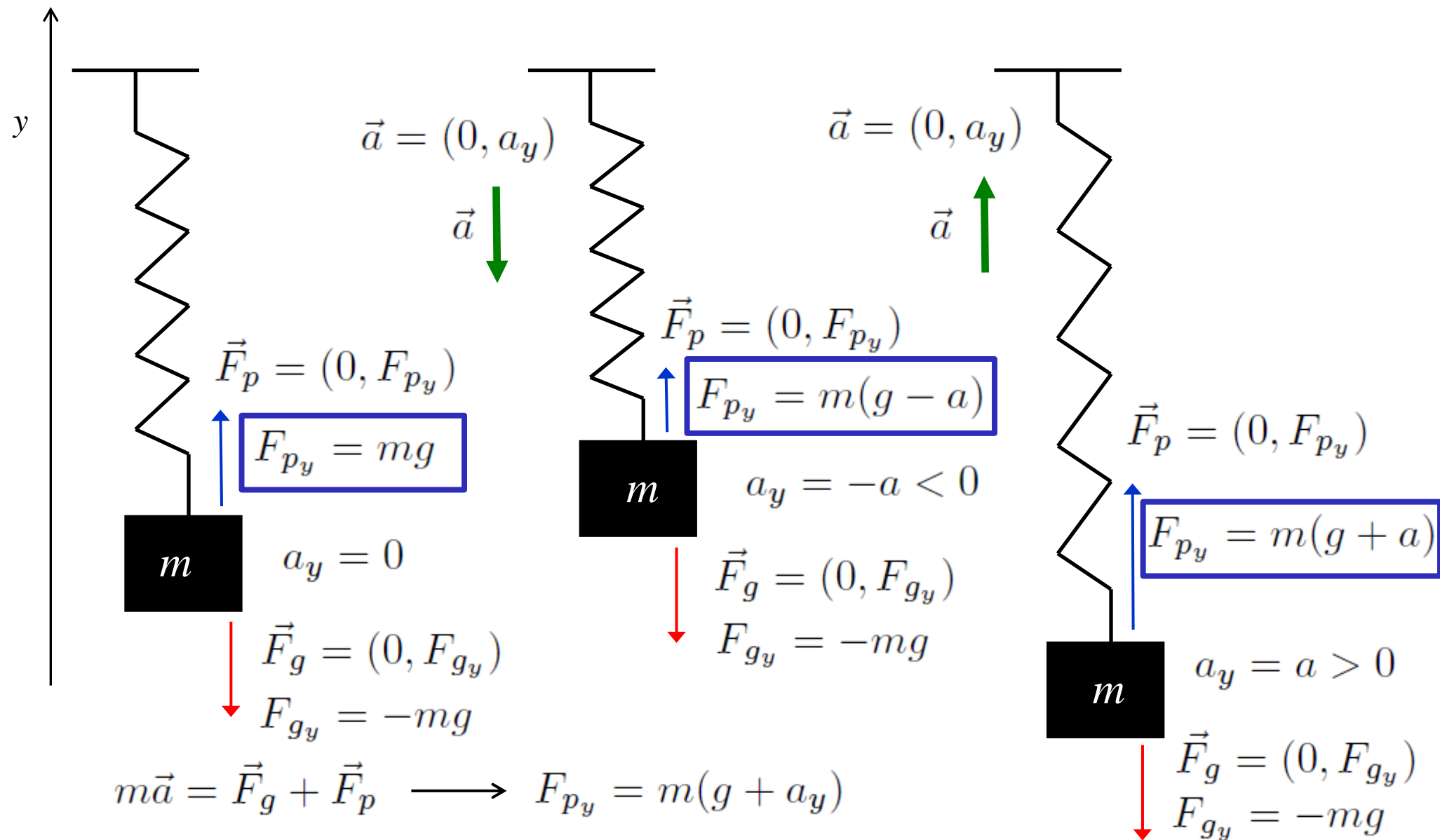
trajektorie



vzdálenost od Slunce



Co ukazuje váha?



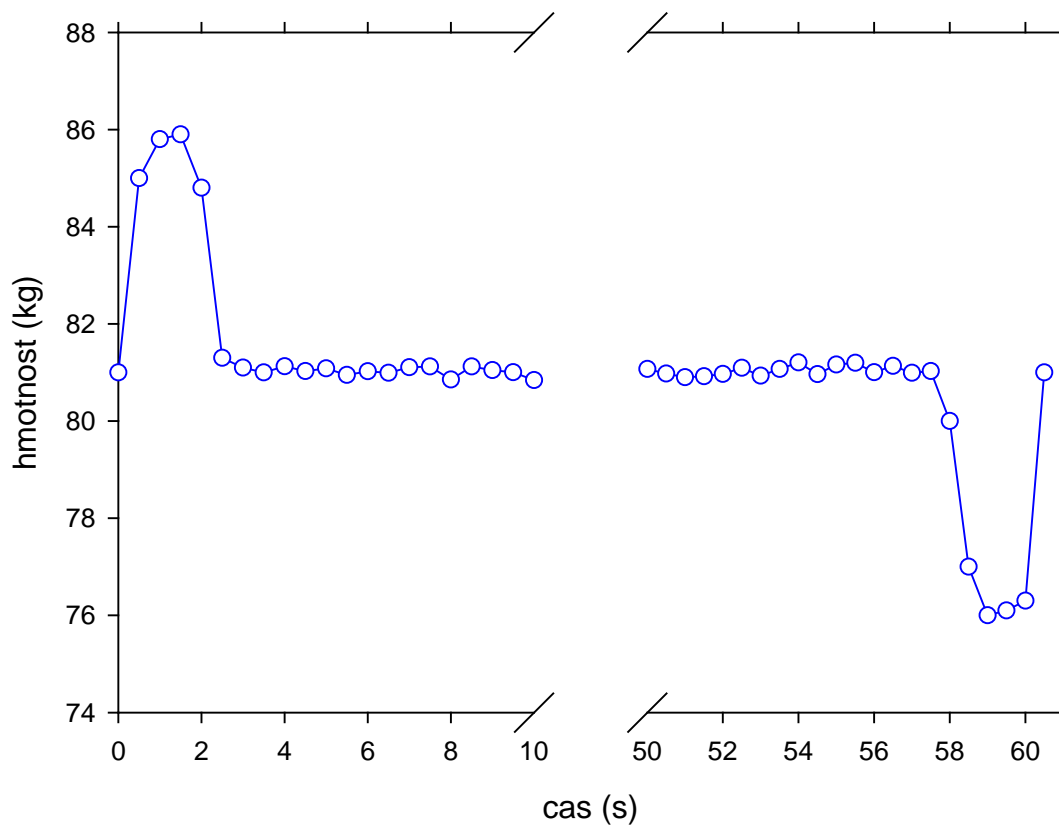
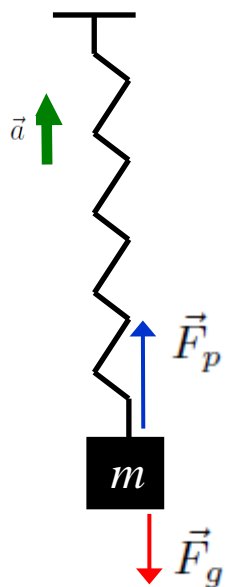
Co ukazuje váha?

$$F_{p_y} = m(g + a_y)$$

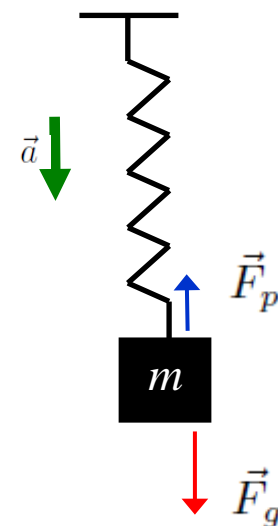
výtah jedoucí nahoru

$$ma \approx 50N$$

$$a \approx 0.6 \text{ ms}^{-2} = 0.06g$$

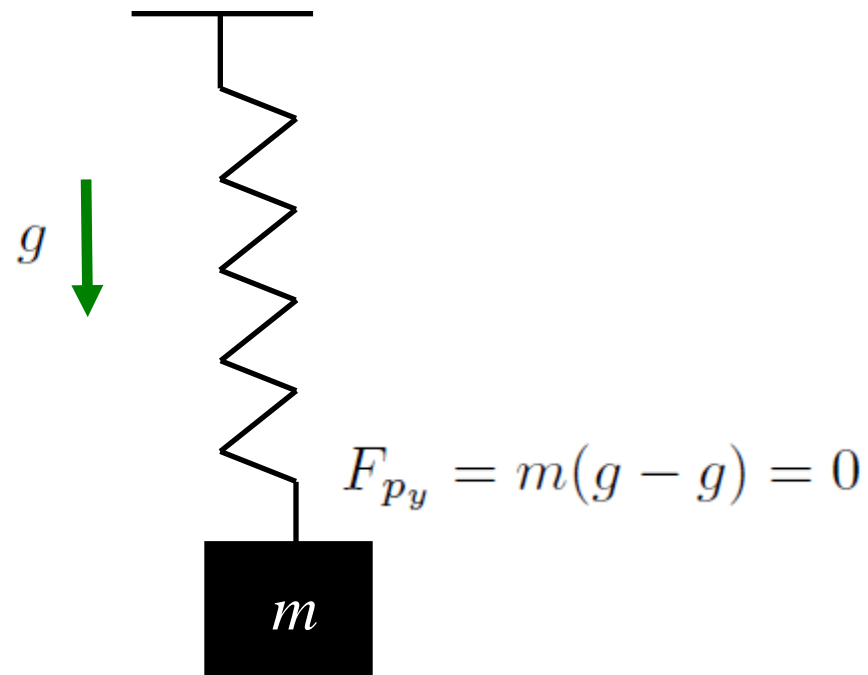


$$F_{p_y} = m(g - a) < mg$$

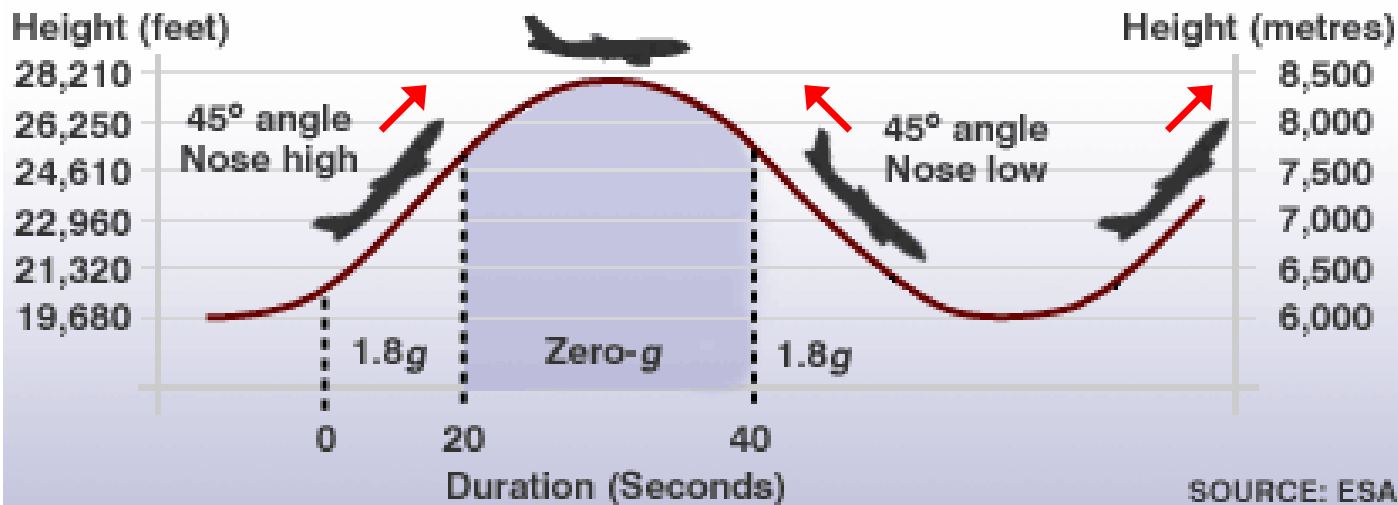


Stav beztíže

- parabolický let



PARABOLIC FLIGHT



$F_g = -mg$