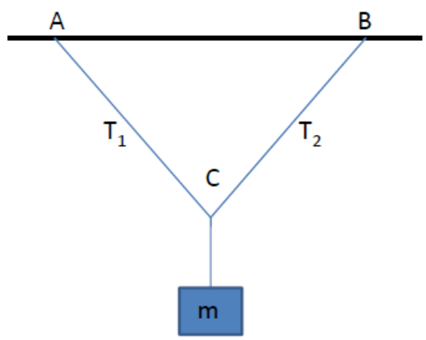
Cvičení 3

1. Závaží o hmotnosti m = 50 kg je zavěšeno uprostřed drátu ABC. Vzdálenost úchytů AB je 5 m a celková délka drátu je 10 m. Určete napěťové síly drátu T_1 a T_2.



[*řešení:* $T_1 = T_2 = \frac{mg}{2\sin\alpha} = 283.6$ N]

2. Míč byl vykopnut do výšky pod úhlem $\alpha = 70^o$ k vodorovnému směru a trefuje se přímo do otevřeného okna ve výšce h = 9.6 m nad zemí. Míč vletí do okna vodorovně. Jakou rychlostí vyletěl míč od nohy? Čemu je roven poloměr křivosti trajektorie míče v okamžiku když vlétá do okna? Odpor vzduchu zanedbáme.

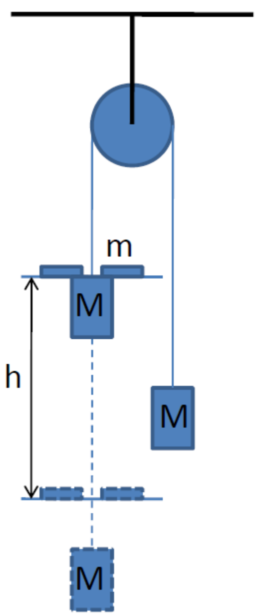
[*řešení:* Míč musí být vykopnut rychlostí $v = \frac{\sqrt{2gh}}{\sin\alpha} = 14.6$ m/s, poloměr křivosti je $r = \frac{2h}{\mathrm{tg}^2\alpha} = 2.5$ m.]

3. Člověk stojící na břehu řeky se chce přepravit na druhý břeh přímo do místa ležícího naproti přes řeku. Může to udělat dvojím způsobem:
(a) plavat po celou dobu pod určitým úhlem ke směru proudu, tak aby výsledná rychlost byla stále kolmá ke břehu
(b) plavat přímo k protějšímu břehu a vzdálenost, o kterou bude proudem odnesen, dojít pěšky po břehu.
Který způsob je rychlejší pokud tento člověk plave rychlostí $v_p = 2.5$ km/h a chodí rychlostí $v_{ch} = 4$ km/h a řeka teče rychlostí $w = 2$ km/h.

[*řešení:* Způsob (a): $t_a = \frac{l}{v_p}\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{w}{v_p}\right)^2}}$, kde l je šířka řeky.

Způsob (b): $t_b = \frac{l}{v_p}\left(1 + \frac{w}{v_{ch}}\right)$.
$\frac{t_a}{t_b} = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{w}{v_p}\right)^2}}\frac{1}{1+\frac{w}{v_{ch}}} = 1.1$
Takže pokud vyberme způsob (a) bude to trvat 1.1-krát déle než v případě způsobu (b).]

4. Na obrázku je Atwoodův padostroj, který se používá na měření gravitačního zrychlení. Budeme předpokládat, že hmotnosti vláken jsou zanedbatelně malé a že pohyb probíhá bez tření. Na obou stranách kladky jsou zavěšená závaží o stejné hmotnosti M a soustava je v rovnováze. Potom přidáme k jednomu závaží malé závažíčko o hmotnosti m a toto závaží začne klesat. Když projde vzdálenost h je závažíčko odchyceno speciální podložkou a padostroj pokračuje v pohybu konstantní rychlostí v. Určete gravitační zrychlení g jsou-li známy veličiny M, m, h a v.



[*řešení:* $g = \frac{2M+m}{m}\frac{v^2}{2h}$]

5. Cyklista jede rychlostí $v = 10$ km/h směrem na sever a zdá se mu, že vítr, který vane rychlostí $w = 6$ km/h, fouká na něj ze severovýchodu pod úhlem $\alpha = 15^o$ ke směru jeho pohybu.
(a) Jaký je skutečný směr větru?
(b) Jaký bude zdánlivý směr větru pro cyklistu, který pojede stejnou rychlostí ale opačným směrem?

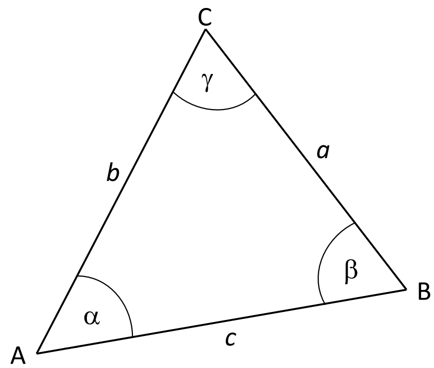
[*řešení:* (a) směr větru svírá se směrem cyklisty úhel $\beta = 180^o - \left(\arcsin(\frac{v}{w}\sin\alpha) + \alpha\right) = 139.5^o$, (b) cyklista jedoucí opačným směrem vnímá vítr pod úhlem $\arcsin\left(\frac{w}{x}\sin(180^o - \beta)\right) = 35.6^o$, kde $x^2 = v^2 + w^2 - 2vw\cos(180^o - \beta)$.]

6. (a) Člověk stojící na pohyblivém chodníku jedoucím rychlostí $u = 5$ m/s vykopl fotbalový míč o hmotnosti $m = 450$ g rychlostí $v_0 = 10$ m/s proti směru pohybu chodníku šikmovzhůru pod úhlem $\alpha = 20^o$ k vodorovnému směru. Do

jaké maximální výšky míč vystoupá a kde dopadne na zem? odpor vzduchu zanedbejte.
(b) Člověk stojí na místě o vykopl stejný fotbalový míč opět rychlostí 10 m/s šikmo vzhůru pod úhlem 20^o k vodorovnému směru. Předpokládejte, že vzduch na míč působí odporovou silou o velikosti $0.1v^2$ a fouká protivítr o rychlosti 5 m/s. Vypočítejte opět do jaké maximální výšky míč vystoupá a kde dopadne na zem.

[*řešení:* (a) Míč vystoupá do výšky $\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = 0.60$ m a dopadne ve vzdálenosti $\frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} - \frac{2uv_0 \sin \alpha}{g} = 3.1$ m; (b) míč vystoupá do výšky 0.39 m a dopadne ve vzdálenosti 1.80 m.]

Základní vztahy



Sinová věta

$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{a}{b}$

$\frac{\sin(\beta)}{\sin(\gamma)} = \frac{b}{c}$

$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\gamma)} = \frac{a}{c}$

Kosinová věta

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(\gamma)$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos(\beta)$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\alpha)$

rychlost $\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$

zrychlení $\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$

tečné zrychlení $a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$, kde $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$

normálové zrychlení $a_n = \frac{v^2}{R}$, kde R je poloměr křivosti trajektorie

dráha uražená v časovém intervalu od t_1 do t_2 $s = \int_{t_1}^{t_2} v\,\mathrm{d}t$

druhý Newtonův zákon $\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = m\vec{a}$

tíhová síla $\vec{F} = m\vec{g}$

gravitační zrychlení na povrchu Země $g = 9.823\ \mathrm{m\,s^{-2}}$.