

Interakce nabitých částic s látkou

- 1. nepružné srážky s elektrony v elektronovém obalu atomů a molekul**
2. elastický rozptyl na jádrech atomů
3. emise Čerenkovova záření
4. jaderné reakce
5. brzdné záření (Bremsstrahlung)

Interakce nabitých částic s látkou

- nepružné srážky s elektrony, $\sigma = 10^7 - 10^8$ barn
- měkké srážky: excitace
- tvrdé srážky: ionizace

$$-\frac{dE}{dx} = Kz^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta(\beta\gamma)}{2} \right] \quad (\text{Bethe - Bloch})$$

$$K = 4\pi N_A r_e^2 m_e c^2$$

$$\beta = \frac{v}{c} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Z – protonové číslo

A – hmotnostní číslo

m_e – klasický poloměr elektronu

c – rychlost světla

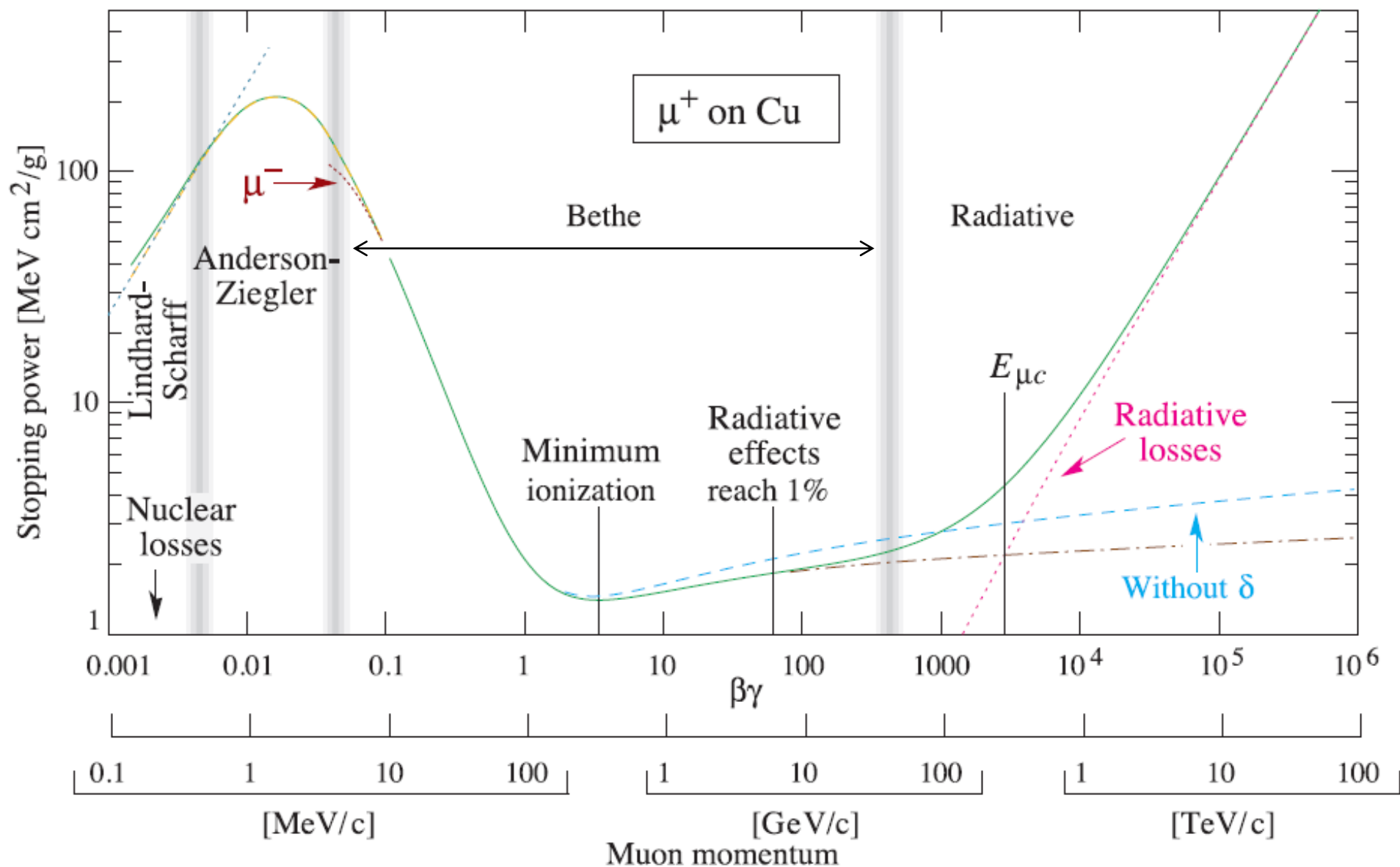
T_{\max} – max. energie, která může být předaná elektronu při jedné srážce

I – střední excitační potenciál

z – náboj částice v jednotkách e

$\delta(\beta\gamma)$ – korekce na hustotu

Interakce nabitých částic s látkou



Termalizace pozitronu

- rychlost ztráty energie při pronikání do materiálu (stopping power): $S = -\frac{dE}{dx}$

- **doba termalizace:**

$$\left. \begin{aligned} dt &= \frac{dx}{v} \\ v &= \sqrt{\frac{2E}{m}} \end{aligned} \right\} dt = \sqrt{\frac{m}{2}} \frac{dx}{\sqrt{E}} = -\sqrt{\frac{m}{2}} \frac{dE}{S\sqrt{E}}$$

$$t = -\sqrt{\frac{m}{2}} \int_{E_i}^{E_f} \frac{dE}{S\sqrt{E}}$$

Termalizace pozitronu

- snížení kinetické energie pozitronu $100 \text{ keV} \rightarrow kT = 0.03 \text{ eV}$
- **$E > 100 \text{ eV}$:**
 - nepružné srážky a elektrony
 - elastický rozptyl na jádrech atomů
- **$0.1 \text{ eV} < E < 100 \text{ eV}$:**
 - excitace elektronů
- **$E < 0.1 \text{ eV}$:**
 - rozptyl na fononech

Termalizace pozitronu

- $E > 100$ eV:

- nepružné srážky a elektrony
- elastický rozptyl na jádrech atomů

$$t_s = -\sqrt{\frac{m_e}{2}} \int_{E_f}^{E_m} \frac{dE}{S_S \sqrt{E}}$$

- pro $E_m \sim 100$ eV

$$t_s \text{ [ps]} = \frac{17.2}{\rho \text{ [g cm}^{-3}\text{]}} E_{\text{max}}^{1.2} \text{ [MeV]} \quad t_s \leq 1 \text{ ps}$$

ρ – hustota

E_{max} = maximální kinetická energie e^+

Termalizace pozitronu

- **$0.1 \text{ eV} < E < 100 \text{ eV}$:**

- excitace elektronů
- kovy – excitace vodivostních e^-

$$S_R = \frac{2\pi}{105} \frac{m_e}{\hbar} \sqrt{\frac{2}{m_e} \frac{E^{5/2}}{E_F}}$$

$$t_R = -\sqrt{\frac{m_e}{2}} \int_{E_m}^{E_c} \frac{dE}{S_R \sqrt{E}}$$

- pro $E_c \ll E_m$ $t_R = \frac{105\hbar}{8\pi} \frac{E_F}{E_c^2}$

E_F = Fermiho energie

Termalizace pozitronu

- $E < 0.1$ eV:

- rozptyl na fononech

$$S_{ph} = \frac{2}{\pi} \frac{m_e^3 W^2}{\rho \hbar^4} E$$

ρ = hustota

W = deformační potenciál $W = bE_F$ $b = 2/5 - 2/3$

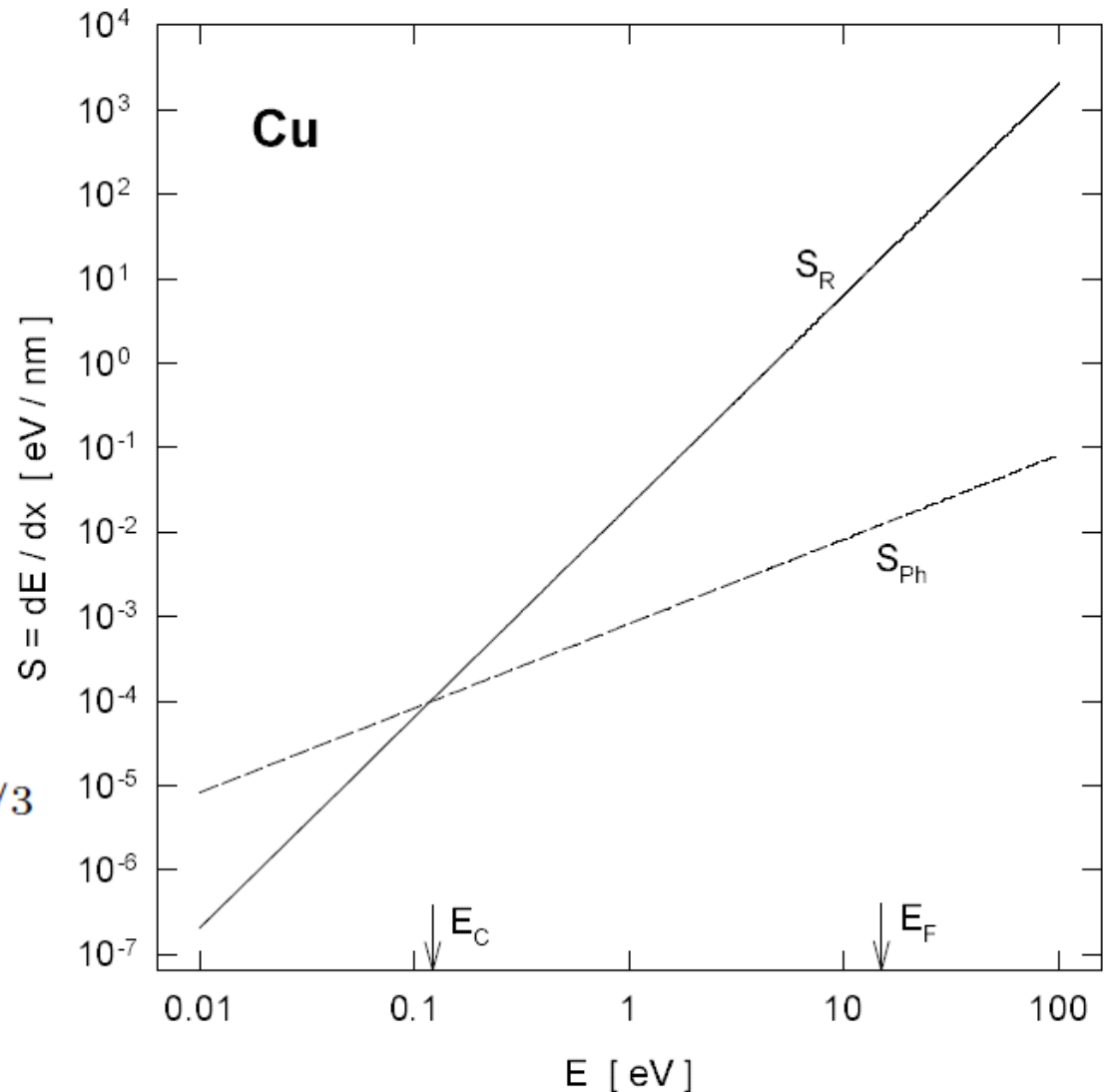
Termalizace pozitronu

$$S_{ph} = \frac{2 m_e^3 W^2}{\pi \rho \hbar^4} E$$

$$S_R = \frac{2\pi m_e}{105 \eta} \sqrt{\frac{2}{m_e} \frac{E^{5/2}}{E_F}}$$

$$S_{ph}(E_c) = S_R(E_c)$$

$$E_c = \left(\frac{105 b^2 m_e^{5/2} E_F^3}{\sqrt{2} \pi^2 \rho \hbar^3} \right)^{2/3}$$



Termalizace pozitronu

- $E < 0.1$ eV:

- rozptyl na fononech

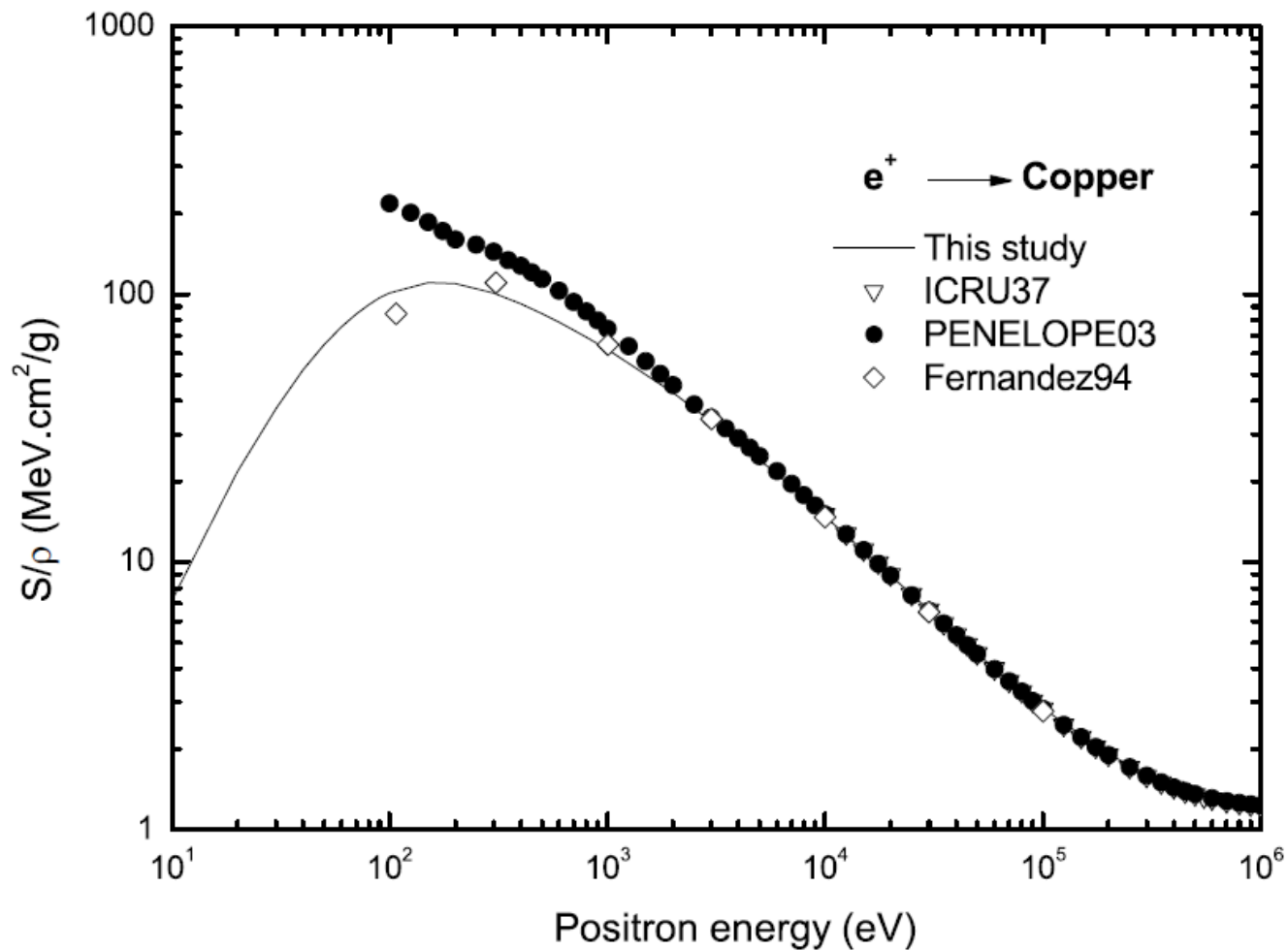
$$t_{ph} = -\sqrt{\frac{m_e}{2}} \int_{E_c}^{E_f} \frac{dE}{S_{ph}\sqrt{E}} = 4t_R \left(\sqrt{\frac{E_c}{\frac{3}{2}kT}} - 1 \right)$$

- celková doba termalizace $t = t_S + t_R + t_{Ph}$

- př. Cu: $t_S = 0.93$ ps, $t_R = 2.86$ ps, $t_{Ph} = 8.92$ ps, $t = 12.74$ ps

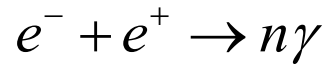
Termalizace pozitronu

- př. Cu: $t_S = 0.93$ ps, $t_R = 2.86$ ps, $t_{Ph} = 8.92$ ps, $t = 12.74$ ps



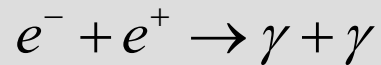
Anihilace pozitronů

- anihilace pozitronu

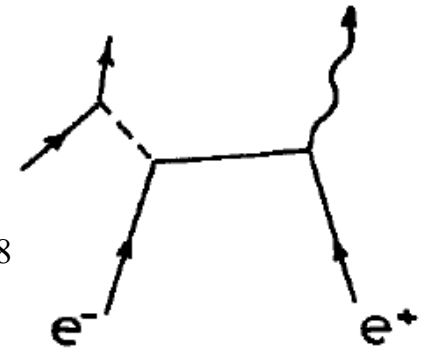


- $n = 1$ vylučuje zákon zachování hybnosti (je to možné pouze v přítomnosti další částice)
- $n > 1$ pro každý další foton je pravděpodobnost menší faktorem $\alpha = 1/137$

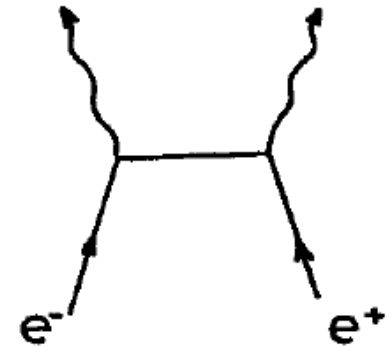
- dominantní proces $n = 2$



$$\sigma_{(1)} / \sigma_{(2)} \approx \alpha^4 \approx 10^{-8}$$

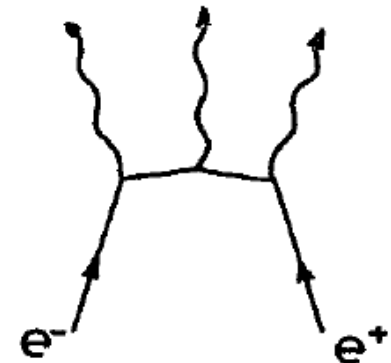


2 γ



3 γ

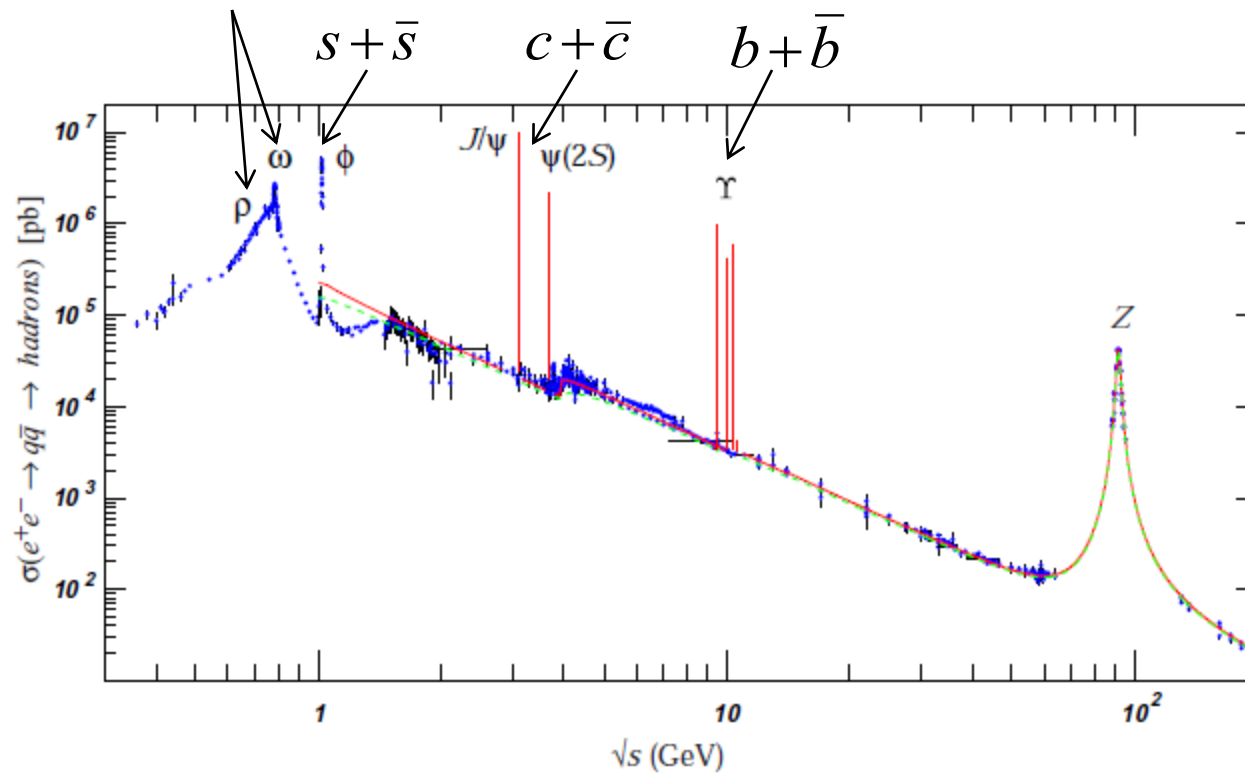
$$\sigma_{(3)} / \sigma_{(2)} \approx \alpha \approx 10^{-2}$$



Anihilace pozitronů

- anihilace pozitronu

excitované stavy lehkých kvarků (u, d)



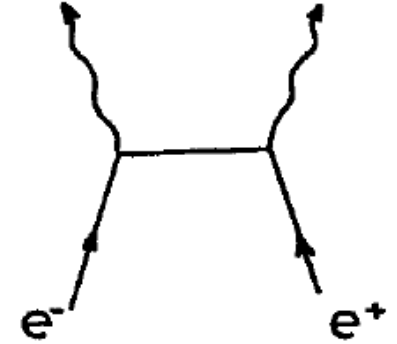
Anihilace pozitronů

- účinný průřez pro 2 γ anihilaci pozitronu (Dirac 1930)

$$\sigma_{(2)} = \frac{\pi r_e^2}{\gamma + 1} \left[\frac{\gamma^2 + 4\gamma + 1}{\gamma^2 - 1} \ln \left(\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1} \right) - \frac{\gamma + 3}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} \right]$$

$$\gamma = \frac{E_+}{m_e c^2}$$

- klasický poloměr elektronu $r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_0 c^2} = 2.818 \text{ fm}$
- celková energie pozitronu E_+



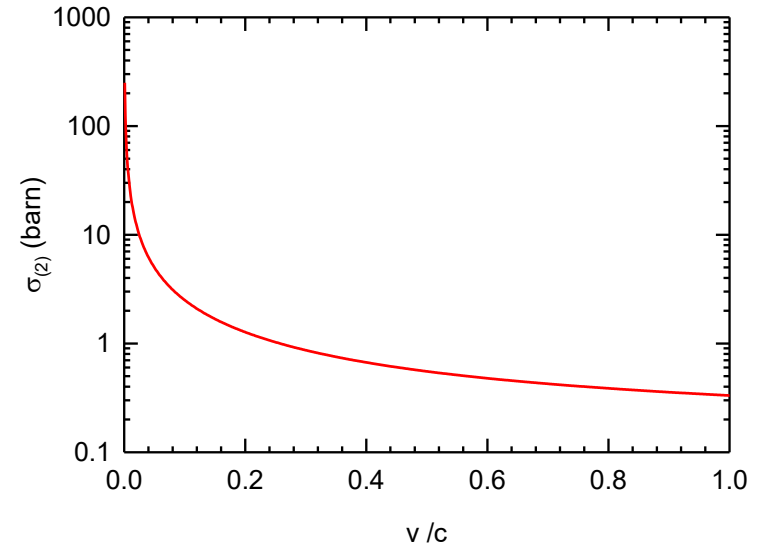
Anihilace pozitronů

- účinný průřez pro 2 γ anihilaci pozitronu (Dirac 1930)

$$\sigma_{(2)} = \frac{\pi r_e^2}{\gamma + 1} \left[\frac{\gamma^2 + 4\gamma + 1}{\gamma^2 - 1} \ln \left(\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1} \right) - \frac{\gamma + 3}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} \right]$$

$$\gamma = \frac{E_+}{m_e c^2}$$

- klasický poloměr elektronu $r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_0 c^2} = 2.818 \text{ fm}$
- celková energie pozitronu E_+



Anihilace pozitronů

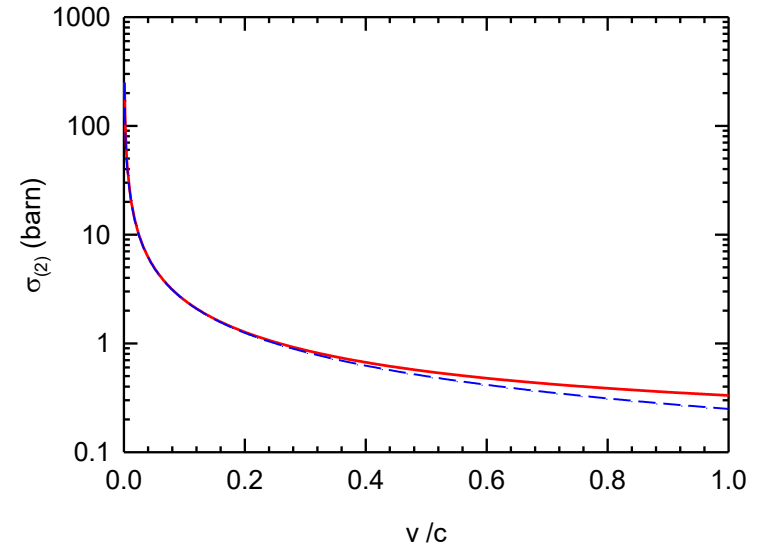
- účinný průřez pro 2 γ anihilaci pozitronu (Dirac 1930)

$$\sigma_{(2)} = \frac{\pi r_e^2}{\gamma + 1} \left[\frac{\gamma^2 + 4\gamma + 1}{\gamma^2 - 1} \ln \left(\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1} \right) - \frac{\gamma + 3}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} \right]$$

$$\gamma = \frac{E_+}{m_e c^2}$$

- klasický poloměr elektronu $r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_0 c^2} = 2.818 \text{ fm}$
- celková energie pozitronu E_+

- pro $v \ll c$ $\sigma_{(2)} = \frac{\pi r_e^2 c}{v}$



Anihilace pozitronů

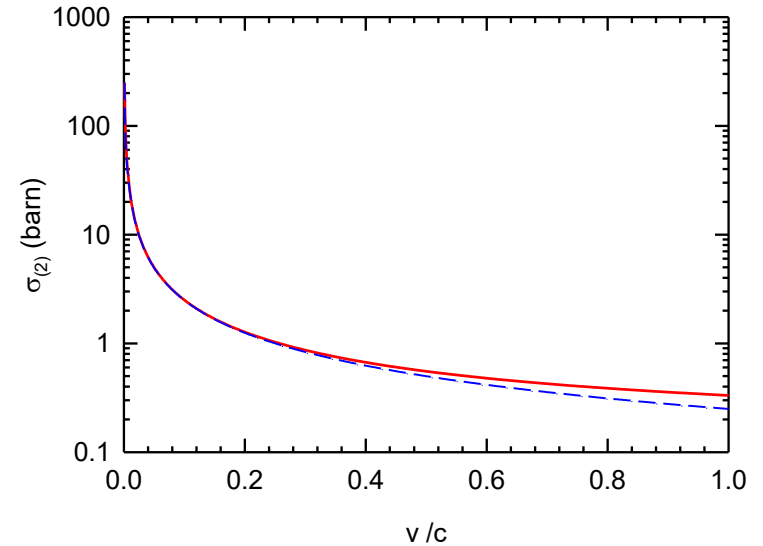
- účinný průřez pro 2 γ anihilaci pozitronu (Dirac 1930)

$$\sigma_{(2)} = \frac{\pi r_e^2}{\gamma + 1} \left[\frac{\gamma^2 + 4\gamma + 1}{\gamma^2 - 1} \ln \left(\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1} \right) - \frac{\gamma + 3}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} \right]$$

$$\gamma = \frac{E_+}{m_e c^2}$$

- klasický poloměr elektronu $r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_0 c^2} = 2.818 \text{ fm}$
- celková energie pozitronu E_+

- pro $v \ll c$ $\sigma_{(2)} = \frac{\pi r_e^2 c}{v}$

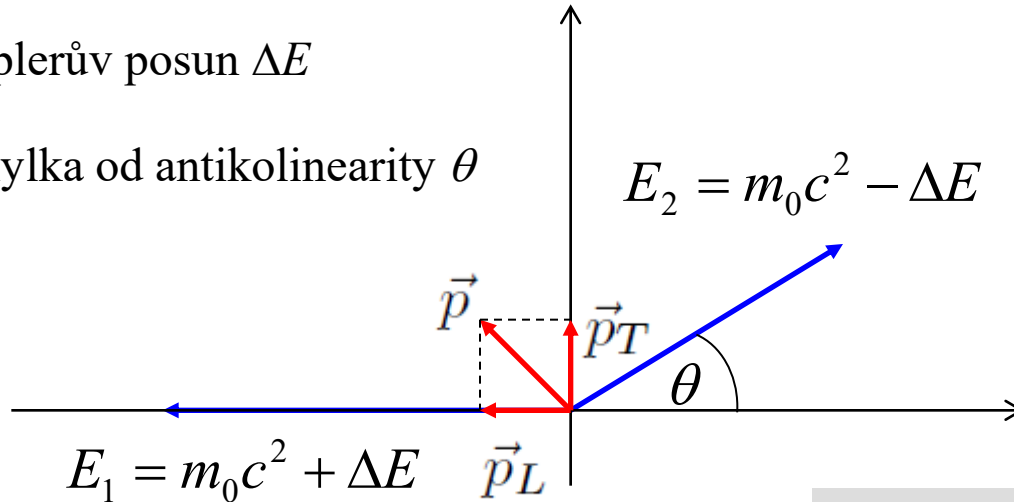


- Pravděpodobnost anihilace $P_{(2)} = \sigma_{(2)} v n_e = \pi r_e^2 c n_e$

n_e – elektronová hustota

Anihilace pozitronů – pozorovatelné

- Dopplerův posun ΔE
- odchylka od antikolinearity θ



- zákon zachování hybnosti

$$p_L = \frac{E_1}{c} - \frac{E_2}{c} \cos \theta$$

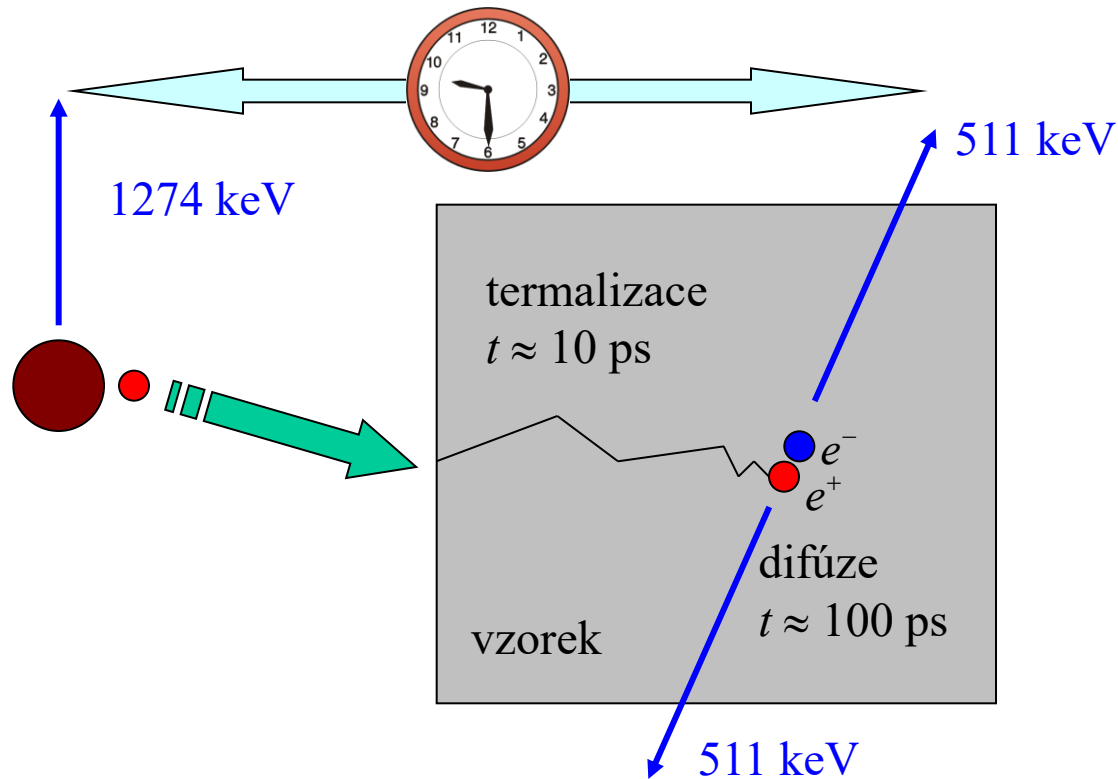
$$\cos \theta \approx 1$$

- Dopplerův posun energie $\Delta E = \frac{1}{2} p_L c$

$$p_T = \frac{E_2}{c} \sin \theta \quad \sin \theta \approx \theta \quad E_2 \approx m_0 c^2$$

- odchylka od antikolinearity $\theta = \frac{p_T}{m_0 c}$

Doba života pozitronů



- Pravděpodobnost anihilace

$$P_{(2)} = \sigma_{(2)} v n_e = \pi r_e^2 c n_e$$

- anihilační rychlost: $\lambda = \pi r_e^2 c \int n_-(\vec{r}) n_+(\vec{r}) \gamma[n_-] d\vec{r}$

- doba života pozitronů: $\tau = \frac{1}{\lambda}$
- enhancement factor: $\gamma[n_-]$

Anihilace pozitronů – pozorovatelné

- **doba života pozitronů LT (τ, E_s, E)**
 - **úhlové korelace ACAR (τ, θ)**
- } scintilační detektory
- **Dopplerovské rozšíření DB ($\Delta E, \tau$)** polovodičové detektory
 - **scintilační detektory (scintilátor + fotonásobič)**
 - výborné časové rozlišení
 - horší energetické rozlišení
 - **polovodičové detektory (HPGe)**
 - vynikající energetické rozlišení
 - špatné časové rozlišení